

1. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^4 + (a - 3)^2 = |x - a + 3| + |x + a - 3|$  либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (1 - a)^2 = |x - 1 + a| + |x - a + 1|$$

имеет единственный корень.

3. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{a + x^2 + 2 \log_5(a^2 - 4a + 5)}{30\sqrt{17x^4 + 5x^2} + a + 1 + \log_5^2(a^2 - 4a + 5)}$$

состоит из одной точки, найдите это решение.

4. Найдите все неотрицательные значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{2a + x^2 - 4 \log_{\frac{1}{3}}(4a^2 - 4a + 9)}{5\sqrt{18x^4 + 7x^2} + 2a + 4 + \log_{\frac{1}{3}}^2(4a^2 - 4a + 9)}$$

состоит из одной точки, и найдите это решение.

5. При каких значениях параметра  $a$  система  $\begin{cases} \sqrt{|y+3|} = 1 - \sqrt{5|x|}, \\ 16a - 9 - 6y = 25x^2 + y^2 \end{cases}$  имеет четыре решения?

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^4 + (a - 4)^2 = |x - a + 4| + |x + a - 4|$  либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

7. Известно, что значение параметра  $a$  таково, что система уравнений

$$\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{|x|}, \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - ax^2 y^2) + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение. Найдите это значение параметра  $a$  и решите систему при найденном значении параметра.

8. При каких значениях параметра  $a$  система  $\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| + 4 = 3y + 5x^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$  имеет единственное решение?

9. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a - 3)^2 = |x + 3 - a| + |x + a - 3|$$

имеет единственный корень.

10. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - |x - a + 6| = |x + a - 6| - (a - 6)^2$$

имеет единственный корень.

11. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|(x-1)^2 - 2^{1-a}| + |x-1| + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$$

имеет единственное решение. Найдите это решение для каждого значения  $a$ .

12. Найдите все значения параметра  $\alpha$  из интервала  $(0; \pi)$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(x+y) \sin \alpha + 8 \sin^2 \alpha = 2 \sin \alpha - 1, \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \sin \alpha + 4 \sin^2 \alpha \end{cases}$$

имеет единственное решение.

13. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$\sqrt{x^4 + (a-5)^4} = |x+a-5| + |x-a+5|$$

имеет единственное решение.

14. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ xy = a^2 - 3a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения?

15. Найдите все значения  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} y = (a+2)x^2 + 2ax + a - 1, \\ x = (a+2)y^2 + 2ay + a - 1 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

16. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a(y^4 + 3) = x + 3(1 - |y|), \\ |x| + |y| = 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(1+a^2)x^6 + 3a^2x^4 + 2(1-6a)x^3 + 3a^2x^2 + a^2 + 1 = 0$$

имеет единственное решение.

18. Найдите все значения  $x$ , при которых равенство

$$2 \log_{2+a^2}(4 - \sqrt{7+2x}) = \log_{2+a^2x^2}(4 - 3x)$$

выполняется при любом значении параметра  $a$ .

19. Найдите все значения параметра параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3^3 + 3a = 3x^3(x+3) + 3x^2 - 3x^3 + (a+3)(y+3+x)(y+3-x), \\ 3 = y + \sqrt{3(1-3y-x) - 3y + x(1-x)} \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

20. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a^2 + x^2} = \cos 2x + a^2 + 2a - 1$$

имеет единственное решение.

21. Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство

$$\cos x - 2\sqrt{x^2 + 9} \leq -\frac{x^2 + 9}{a + \cos x} - a$$

имеет единственное решение.

22. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$a^2 + (x - 2021)^2 = |a - x + 2021| - |a + x - 2021|$$

имеет ровно два решения.

23. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| + 4 = 3y + 5x^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

24. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a+2y) - y^2 = (x-2)^2 + z^2, \\ (xy+4) \sin(x+y) + \cos(y-x) = 1, \\ \left(2 - \frac{xyz(a-2)}{\sqrt{1-2xy}}\right) \cdot (a \cdot \operatorname{tg}^2 z + x + y) = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

25. Найдите все значения параметра  $a$  при каждом из которых уравнение

$$9^{-x+1} \cdot 3^{x^2} + a^3 + 5a^2 + a + \sqrt{2} = \sin \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{\pi x}{4} + 3$$

имеет единственное решение.

26. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\pi \cdot \cos(\pi^{2x-x^2}) = a - \sqrt{3} \cdot \pi \cdot \sin(\pi^{2x-x^2})$$

имеет ровно одно решение.

27. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых ровно одно решение  $(x; y)$  системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + ay^2 + x + 3 - a = 0, \\ ax^2 + 2y^2 + y + 3 - a = 0 \end{cases}$$

удовлетворяет неравенству  $|x| + |y| > 2$ .

28. Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых уравнение

$$x^4 \cdot (x^2 + \sqrt{b^2 - b - 1}) + \sqrt{(8 - b)^2} + \\ + \sqrt{(27 + b)^2} - \sqrt{(8 - b) \times (27 + b)} = 21$$

имеет единственное решение.

29. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} z \cos(x - y) + (2 + xy) \sin(x + y) - z = 0, \\ x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = a + 2x, \\ (x + y + a \sin^2 z)((1 - a) \ln(1 - xy) + 1) = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

30. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - (a - 1)\sqrt{a + 3}y + a^4 + 2a^3 - 9a^2 - 2a + 8 = 0, \\ y = \sqrt{a + 3} \cdot x^2 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

31. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $2x^2 - a \operatorname{tg}(\cos x) + a^2 = 0$  имеет единственное решение.

32. Найдите все значения параметра  $a$  при которых уравнение

$$\sqrt[4]{a^4 + x^4} = \cos \frac{x}{2} + a^2 - 2a + 1$$

имеет единственное решение.

33. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$5^{x^2 + a^2 - 24} - 5^{-2a \cos x} = (-2a \cos x)^5 - (x^2 + a^2 - 24)^5$$

имеет ровно один корень.