1. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$a^2+9|x-3|+3\sqrt{x^2-6x+13}=4a+2|x-2a-3|$$

имеет хотя бы один корень.

2. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$a^2+13|x|+5\sqrt{4x^2+9}=3a+3|4x-3a|$$

имеет хотя бы один корень.

3. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$64x^6-(3x+a)^3+4x^2-3x=a$$

имеет более одного корня.

4. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^6+(5a-8x)^3+3x^2+15a=24x$$

не имеет корней.

5. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$27x^6+(4a-2x)^3+6x^2+8a=4x$$

не имеет корней.

6. Найдите все значения параметра a, для каждого из которых существует хотя бы одна пара чисел x и y, удовлетворяющих неравенству

$$5|x-2|+3|x+a|\leqslant\sqrt{4-y^2}+7.$$

7. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство $|x^2-4x+a|\leqslant 10$ выполняется для всех $x\in[a,\,a+5]$.

8. Найти все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sin(x+4a)+\sin\left(\frac{x^2-6x-7a}{2}\right)=4x-x^2-a$$

не имеет действительных решений.

9. Найти все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sin(x-3a)+\sin\left(\frac{x^2-6x+7a}{2}\right)=4x-x^2-a$$

не имеет действительных решений.

10. Найдите все такие значения параметра a, при каждом из которых уравнение $(4x-x^2)^2-32\sqrt{4x-x^2}=a^2-14a$ имеет хотя бы одно решение.

11. Найдите все такие значения параметра a, при каждом из которых уравнение $(1+\sin x)^4-4\sin x=7-a-a^2$ не имеет решений.

12. При каких p данная система имеет решения: $\begin{cases} x^2+px+2=0, \\ \sin^2\pi p+\sin^2\pi x+2^{|y|}=\left|\sin\dfrac{\pi x}{2}\right|? \end{cases}$

13. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $a^2-7a+7\sqrt{2x^2+49}=3|x-7a|-6|x|$ имеет хотя бы один корень.

14. Найдите все значения a, при которых любое решение уравнения

$$4\sqrt[3]{3,5x-2,5}+3\log_2(3x-1)+2a=0$$

принадлежит отрезку $[1;\,3]$.

15. Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\sin^{14}x+(a-3\sin x)^7+\sin^2 x+a=3\sin x$$

имеет хотя бы одно решение.

16. Найдите все значения a, при которых неравенство $\log_a\left(\dfrac{3+2x^4}{1+x^4}\right)+\log_a\left(\dfrac{5+4x^4}{1+x^4}\right)>1$ выполняется для всех действительных значений x.

17. Найдите все значения параметра b, при каждом из которых уравнение

$$x^3+2x^2-x\log_2(b-1)+4=0$$

имеет единственное решение на отрезке $[-1;\,2]$.

18. Найдите все значения параметра a, при которых для любого действительного x выполнено неравенство

$$|3\sin x+a^2-22|+|7\sin x+a+$$
$$+12|\leqslant 11\sin x+|a^2+a-20|+11.$$

19. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$8x^6+4x^2=(3x+5a)^3+6x+10a$$

не имеет корней.

20. Найдите все значения а, при каждом из которых уравнение

$$64x^6+4x^2=(3x+a)^3+3x+a$$

не имеет корней.

21. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$a^2+11|x+2|+3\sqrt{x^2+4x+13}=5a+2|x-2a+2|$$

имеет хотя бы один корень.

22. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$a^2+7|x+1|+5\sqrt{x^2+2x+5}=2a+3|x-4a+1|$$

имеет хотя бы один корень.

23. Найдите все целые отрицательные значения параметра a, при каждом из которых существует такое действительное число $b > a$, что неравенство $21b \geqslant 6|a+b| - 3|b-2| - |a-$ $-b| - 9|a^2 - b + 2| + 16$ **не выполнено**.

24. Найдите все целые отрицательные значения параметра a, при каждом из которых существует такое действительное число $b > a$, что неравенство $20b \geqslant 6|2a+b| + 2|b-2| -$ $-|2a-b| - 5|4a^2 - b + 2|$ **не выполнено**.

25. Найдите все значения x, каждое из которых является решением уравнения $\dfrac{(a-1)\sqrt{3}\sin 2x + (1+\sqrt{3}-a)\cos 2x}{6\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x} = 1$ при любом значении a из отрезка $[0; 7\sqrt{3}]$.

26. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $2\sin x + \cos x = a$ имеет единственное решение на отрезке $\left[\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}\right]$.

27. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(a+1)\operatorname{tg}^2 x - \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x} + a = 0$$

имеет единственное решение на $\left[-\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{2}\right]$.

28. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых число корней уравнения $|x^2 - 5x + 6| = a$ равно наименьшему значению выражения $|x-a| + |2x-a| + 4|x-1| + 1$.

29. Найдите все значения параметра a, при которых наименьшее значение функции $y = |x+4| + |2x-a|$ меньше 3.

30. Найдите все значения параметра a при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} \left(a - x^2\right)(a + x - 2) < 0, \\ x^2 \leqslant 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

31. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$4x - |3x - |x+a|| = 9|x-1|$$

имеет хотя бы один корень.

32. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$4x^2 - 3x - a = (3x+a)^3 - 64x^6$$

не имеет решений.

33. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение:

$$2^{\frac{2x}{1+x^2}} + a \cdot \cos\frac{x^2-1}{x} + a^2 = \frac{5}{4}$$

имеет единственное решение.

34. Найдите все положительные значения параметра a, при каждом из которых любое значение x из отрезка $[-1;\ 1]$ является решением неравенства

$$3a^{2x} - 16^x + 2\cdot(4a)^x \geqslant 0.$$

35. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left|x^2 - x - 6\right| = (y-1)^2 + x - 7, \\ 3y = 2x + a \end{cases}$$

имеет ровно один или ровно два корня.

36. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left|6\cdot\sqrt{\cos\frac{\pi y}{4}} - 5\right| - \left|1 - 6\cdot\sqrt{\cos\frac{\pi y}{4}}\right| + \left|12\cdot\sqrt{\cos\frac{\pi y}{4}} + 1\right| = 5 - \sin^2\frac{\pi(y-2x)}{12}, \\ 10 - 9\left(x^2 + (y-a)^2\right) = 3\cdot\sqrt{x^2 + (y-a)^2 - \frac{8}{9}} \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

37. Найдите все значения параметра a из отрезка $[0;\ 2\pi]$, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z(x+y+z) - \sin a = 0, \\ (x+1)\sin^2\frac{a}{2} + y^2\sqrt{x} + a^2\sqrt{z} + \sin\frac{3}{2}a = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

38. Найдите все значения a, при каждом из которых множество значений функции $y = \dfrac{5a + 50x - 10ax}{25x^2 + 10ax + a^2 + 16}$ содержит отрезок $[0;\ 1]$.

39. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$\sqrt{|x^2 + 6x + 6| + 1}\cdot\lg^{-1}(6a - a^2 - 4) = \sqrt{6a - a^2 - 4}\cdot\lg^{-1}(|x^2 + 6x + 6| + 1)$$

имеет не менее трех корней.

40. Найдите (в градусах) сумму всех значений параметра α, где $0^\circ < \alpha < 1000^\circ$, для каждого из которых существует хотя бы одно число $x \in [1;\ 2]$, удовлетворяющее уравнению

$$1 + \cos^2\left(\frac{\alpha x}{2} + 67{,}5^\circ\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^{|\cos\pi x - \sin\pi x|}.$$