

1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 9|x - 3| + 3\sqrt{x^2 - 6x + 13} = 4a + 2|x - 2a - 3|$$

имеет хотя бы один корень.

2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 13|x| + 5\sqrt{4x^2 + 9} = 3a + 3|4x - 3a|$$

имеет хотя бы один корень.

3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$64x^6 - (3x + a)^3 + 4x^2 - 3x = a$$

имеет более одного корня.

4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^6 + (5a - 8x)^3 + 3x^2 + 15a = 24x$$

не имеет корней.

5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (4a - 2x)^3 + 6x^2 + 8a = 4x$$

не имеет корней.

6. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых существует хотя бы одна пара чисел x и y , удовлетворяющих неравенству

$$5|x - 2| + 3|x + a| \leq \sqrt{4 - y^2} + 7.$$

7. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $|x^2 - 4x + a| \leq 10$ выполняется для всех $x \in [a, a + 5]$.

8. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin(x + 4a) + \sin\left(\frac{x^2 - 6x - 7a}{2}\right) = 4x - x^2 - a$$

не имеет действительных решений.

9. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin(x - 3a) + \sin\left(\frac{x^2 - 6x + 7a}{2}\right) = 4x - x^2 - a$$

не имеет действительных решений.

10. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(4x - x^2)^2 - 32\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 14a$ имеет хотя бы одно решение.

11. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(1 + \sin x)^4 - 4 \sin x = 7 - a - a^2$ не имеет решений.

12. При каких p данная система имеет решения:
$$\begin{cases} x^2 + px + 2 = 0, \\ \sin^2 \pi p + \sin^2 \pi x + 2^{|y|} = \left| \sin \frac{\pi x}{2} \right|? \end{cases}$$

13. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 - 7a + 7\sqrt{2x^2 + 49} = 3|x - 7a| - 6|x|$ имеет хотя бы один корень.

14. Найдите все значения a , при которых любое решение уравнения

$$4\sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 3\log_2(3x - 1) + 2a = 0$$

принадлежит отрезку $[1; 3]$.

15. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\sin^{14} x + (a - 3 \sin x)^7 + \sin^2 x + a = 3 \sin x$$

имеет хотя бы одно решение.

16. Найдите все значения a , при которых неравенство $\log_a \left(\frac{3 + 2x^4}{1 + x^4} \right) + \log_a \left(\frac{5 + 4x^4}{1 + x^4} \right) > 1$ выполняется для всех действительных значений x .

17. Найдите все значения параметра b , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 2x^2 - x \log_2(b - 1) + 4 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке $[-1; 2]$.

18. Найдите все значения параметра a , при которых для любого действительного x выполнено неравенство

$$\begin{aligned} & |3 \sin x + a^2 - 22| + |7 \sin x + a + \\ & + 12| \leq 11 \sin x + |a^2 + a - 20| + 11. \end{aligned}$$

19. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$8x^6 + 4x^2 = (3x + 5a)^3 + 6x + 10a$$

не имеет корней.

20. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$64x^6 + 4x^2 = (3x + a)^3 + 3x + a$$

не имеет корней.

21. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 11|x + 2| + 3\sqrt{x^2 + 4x + 13} = 5a + 2|x - 2a + 2|$$

имеет хотя бы один корень.

22. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 7|x + 1| + 5\sqrt{x^2 + 2x + 5} = 2a + 3|x - 4a + 1|$$

имеет хотя бы один корень.

23. Найдите все целые отрицательные значения параметра a , при каждом из которых существует такое действительное число $b > a$, что неравенство $21b \geq 6|a + b| - 3|b - 2| - |a - b| - 9|a^2 - b + 2| + 16$ **не выполнено**.

24. Найдите все целые отрицательные значения параметра a , при каждом из которых существует такое действительное число $b > a$, что неравенство $20b \geq 6|2a + b| + 2|b - 2| - |2a - b| - 5|4a^2 - b + 2|$ **не выполнено**.

25. Найдите все значения x , каждое из которых является решением уравнения $\frac{(a-1)\sqrt{3}\sin 2x + (1+\sqrt{3}-a)\cos 2x}{6\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x} = 1$ при любом значении a из отрезка $[0; 7\sqrt{3}]$.

26. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2\sin x + \cos x = a$ имеет единственное решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

27. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(a+1)\operatorname{tg}^2 x - \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x} + a = 0$$

имеет единственное решение на $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$.

28. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых число корней уравнения $|x^2 - 5x + 6| = a$ равно наименьшему значению выражения $|x - a| + |2x - a| + 4|x - 1| + 1$.

29. Найдите все значения параметра a , при которых наименьшее значение функции $y = |x + 4| + |2x - a|$ меньше 3.

30. Найдите все значения параметра a при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (a-x^2)(a+x-2) < 0, \\ x^2 \leq 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

31. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 1|$$

имеет хотя бы один корень.

32. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$4x^2 - 3x - a = (3x + a)^3 - 64x^6$$

не имеет решений.

33. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$2^{\frac{2x}{1+x^2}} + a \cdot \cos \frac{x^2 - 1}{x} + a^2 = \frac{5}{4}$$

имеет единственное решение.

34. Найдите все положительные значения параметра a , при каждом из которых любое значение x из отрезка $[-1; 1]$ является решением неравенства

$$3a^{2x} - 16^x + 2 \cdot (4a)^x \geq 0.$$

35. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x^2 - x - 6| = (y - 1)^2 + x - 7, \\ 3y = 2x + a \end{cases}$$

имеет ровно один или ровно два корня.

36. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left| 6 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} - 5 \right| - \left| 1 - 6 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} \right| + \left| 12 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} + 1 \right| = 5 - \sin^2 \frac{\pi(y - 2x)}{12}, \\ 10 - 9(x^2 + (y - a)^2) = 3 \cdot \sqrt{x^2 + (y - a)^2} - \frac{8}{9} \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

37. Найдите все значения параметра a из отрезка $[0; 2\pi]$, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z(x + y + z) - \sin a = 0, \\ (x + 1) \sin^2 \frac{a}{2} + y^2 \sqrt{x} + a^2 \sqrt{z} + \sin \frac{3}{2}a = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

38. Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{5a + 50x - 10ax}{25x^2 + 10ax + a^2 + 16}$ содержит отрезок $[0; 1]$.

39. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{|x^2 + 6x + 6| + 1} \cdot \lg^{-1}(6a - a^2 - 4) = \sqrt{6a - a^2 - 4} \cdot \lg^{-1}(|x^2 + 6x + 6| + 1)$$

имеет не менее трех корней.

40. Найдите (в градусах) сумму всех значений параметра α , где $0^\circ < \alpha < 1000^\circ$, для каждого из которых существует хотя бы одно число $x \in [1; 2]$, удовлетворяющее уравнению

$$1 + \cos^2 \left(\frac{\alpha x}{2} + 67,5^\circ \right) = \left(\frac{1}{3} \right)^{|\cos \pi x - \sin \pi x|}.$$

41. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(8 \sin^4 x)^5 = (4 \sin x + a)^5 + 5(4 \sin x + a) - 40 \sin^4 x$$

имеет хотя бы один корень.