1. Группу школьников нужно перевези из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа А за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа В за несколько рейсов, причем в этом случае число рейсов каждого автобуса типа В будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа А. В каждом из случаев автобусы заполняются полностью.

Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа В входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа А?

2. Моток веревки режут без остатка на куски длиной не меньше 99 см, но не больше 102 см (назовем такие куски стандартными).

а) Некоторый моток веревки разрезали на 33 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число стандартных одинаковых кусков можно было бы разрезать тот же моток веревки?

б) Найдите такое наименьшее число l, что любой моток веревки, длина которого больше l см, можно разрезать на стандартные куски.

3. В стране Дельфиния установлена следующая система подоходного налога (денежная единица Дельфинии — золотые):

Заработок (в золотых)	Налог (в %)
1 — 100	1
101 — 400	20
Более 400	50

а) Два брата заработали в сумме 1000 золотых. Как им выгоднее всего распределить эти деньги между собой, чтобы в семье осталось как можно больше денег после налогообложения? При дележе каждый получает целое число золотых.

б) Как выгоднее всего распределить те же 1000 золотых между тремя братьями, при условии, что каждый также получит целое число золотых?

4. Имеется 33 коробки массой 19 кг каждая и 27 коробок массой 49 кг каждая. Все эти коробки раскладываются по двум контейнерам. Пусть S — модуль разности суммарных масс коробок в контейнерах. Найдите наименьшее значение S:

а) если дополнительно требуется, что в контейнерах должно находиться одинаковое количество коробок;

б) без дополнительного условия пункта *а*.

5. Назовем кусок веревки стандартным, если его длина не меньше 168 см, но не больше 175 см.

а) Некоторый моток веревки разрезали на 24 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток веревки?

б) Найдите такое наименьшее число l, что любой моток веревки, длина которого больше l см, можно разрезать на стандартные куски.

6. Даны $n \geq 3$ натуральных чисел, образующих арифметическую прогрессию.

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?

б) Каково наибольшее значение n, если сумма всех данных чисел меньше 1000?

в) Найдите все возможные значения n, если сумма всех данных чисел равна 129.

7. В классе учится 15 мальчиков и n девочек. Анализируя успеваемость учащихся по предмету за полугодие, завуч заметил, что общее количество оценок в журнале составляет $n^2 + 13n - 2$, причём все ученики имеют одинаковое количество оценок.

а) Может ли в классе быть 16 девочек?

б) Сколько может быть девочек в классе?

в) Сколько оценок получил каждый ученик по предмету за полугодие?

8. Вовочка написал домашнее сочинение и допустил орфографические и пунктуационные ошибки. Затем его сестра проверила сочинение и исправила часть ошибок. В новом тексте количество пунктуационных ошибок оказалось в пределах от 15,5% до 18% от числа пунктуационных ошибок в старом тексте. Количество орфографических ошибок уменьшилось втрое и составило 25% от числа пунктуационных ошибок в первоначальном тексте.

а) Может ли в новом тексте содержаться ровно 5 ошибок?

б) Может ли в новом тексте содержаться ровно 6 ошибок?

в) Какое наименьшее число ошибок могло содержаться в первоначальном тексте?

9. Пусть $S(x)$ — сумма цифр натурального числа x. Решите уравнения:

а) $x + S(x) = 2017$;

б) $x + S(x) + S(S(x)) = 2017$;

в) $x + S(x) + S(S(S(x))) = 2017$.

г) $x + S(x) + S(S(x)) + S(S(S(x))) = 2017$.

10. а) Приведите пример натурального числа, меньшего 100 000, которое делится на 2018 и у которого сумма цифр равна 26.

б) Найдите все такие числа.

в) Найдите все натуральные числа, меньшие 100 000, которые делятся на 2017 и у которых сумма их цифр равна 23.

11. Имеется 2 миллиона рублей, которые надо полностью истратить на покупку путевок. Дома отдыха предлагают путевки трех типов: на 15, 27 и 45 дней. Стоимость путевок соответственно 21 тыс. руб., 40 тыс. руб. и 60 тыс. руб. за штуку.

а) Можно ли купить 15 путевок первого типа?

б) Какое наименьшее возможно число путевок второго типа можно купить?

в) Сколько и каких путевок надо купить, чтобы сделать число дней отдыха наибольшим?

12. В фирме имеется n отделов, в одном из которых работает 1/8 сотрудников, в другом — 210 сотрудников, а численность каждого из оставшихся отделов составляет 1/9 от всего количества сотрудников фирмы.

а) Может ли быть $n > 9$?

б) Найдите наименьшее возможное значение n.

в) Найдите наибольшее возможное значение n.

13. В океанариуме живут акулы, мурены и скаты. Каждой акуле ежедневно дают 2,5 кг рыбы, мурене — 0,2 кг, скату — 1,5 кг. У каждой акулы бывает ежедневно 260 посетителей, у каждой мурены — 21, у каждого ската — 150.

а) Найдите число посещений этих животных, если ежедневно им дают 6,5 кг рыбы?

б) В какой-то день было больше 2000 посещений. Могло ли быть распределено ровно 18,4 кг рыбы?

в) Каково наибольшее возможное ежедневное число посещений, если распределить 7 кг рыбы в день?

14. В хранилище завезли партию золотых слитков двух видов: весом 11,1 кг и 13,3 кг. Общий вес партии равен S.

а) Может ли $S = 363$ кг?

б) Может ли $S = 364$ кг?

в) Найдите наибольшее значение $S < 363$.

15. Трое друзей Саша, Петя и Паша играли в шахматы.

а) Могло ли быть, что по итогам турнира каждый из них сыграл по 15 партий?

б) Могли ли количества партий, сыгранные игроками, образовывать геометрическую прогрессию?

в) В турнире было сыграно 23 партии. Могли ли количества партий, сыгранных игроками, образовывать арифметическую прогрессию?

г) Количество партий, сыгранных Сашей, Петей и Пашей, в указанном порядке образует арифметическую прогрессию. Всего в турнире сыграно 30 партий. Сколько партий Саша сыграл с Пашей?