

1. Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа А за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа В за несколько рейсов, причем в этом случае число рейсов каждого автобуса типа В будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа А. В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа В входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа А?
2. Моток веревки режут без остатка на куски длиной не меньше 99 см, но не больше 102 см (назовем такие куски стандартными).
- а) Некоторый моток веревки разрезали на 33 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число стандартных одинаковых кусков можно было бы разрезать тот же моток веревки?
- б) Найдите такое наименьшее число l , что любой моток веревки, длина которого больше l см, можно разрезать на стандартные куски.
3. В стране Дельфиния установлена следующая система подоходного налога (денежная единица Дельфинии — золотые):
- | Заработок (в золотых) | Налог (в %) |
|-----------------------|-------------|
| 1 — 100 | 1 |
| 101 — 400 | 20 |
| Более 400 | 50 |
- а) Два брата заработали в сумме 1000 золотых. Как им выгоднее всего распределить эти деньги между собой, чтобы в семье осталось как можно больше денег после налогообложения? При дележе каждый получает целое число золотых.
- б) Как выгоднее всего распределить те же 1000 золотых между тремя братьями, при условии, что каждый также получит целое число золотых?
4. Имеется 33 коробки массой 19 кг каждая и 27 коробок массой 49 кг каждая. Все эти коробки раскладываются по двум контейнерам. Пусть S — модуль разности суммарных масс коробок в контейнерах. Найдите наименьшее значение S :
- а) если дополнительно требуется, что в контейнерах должно находиться одинаковое количество коробок;
- б) без дополнительного условия пункта а).
5. Назовем кусок веревки стандартным, если его длина не меньше 168 см, но не больше 175 см.
- а) Некоторый моток веревки разрезали на 24 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток веревки?
- б) Найдите такое наименьшее число l , что любой моток веревки, длина которого больше l см, можно разрезать на стандартные куски.
6. Даны $n \geq 3$ натуральных чисел, образующих арифметическую прогрессию.
- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?
- б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 1000?
- в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 129.
7. В классе учится 15 мальчиков и n девочек. Анализируя успеваемость учащихся по предмету за полугодие, завуч заметил, что общее количество оценок в журнале составляет $n^2 + 13n - 2$, причём все ученики имеют одинаковое количество оценок.
- а) Может ли в классе быть 16 девочек?
- б) Сколько может быть девочек в классе?
- в) Сколько оценок получил каждый ученик по предмету за полугодие?
8. Вовочка написал домашнее сочинение и допустил орфографические и пунктуационные ошибки. Затем его сестра проверила сочинение и исправила часть ошибок. В новом тексте количество пунктуационных ошибок оказалось в пределах от 15,5% до 18% от числа пунктуационных ошибок в старом тексте. Количество орфографических ошибок уменьшилось втрое и составило 25% от числа пунктуационных ошибок в первоначальном тексте.
- а) Может ли в новом тексте содержаться ровно 5 ошибок?
- б) Может ли в новом тексте содержаться ровно 6 ошибок?
- в) Какое наименьшее число ошибок могло содержаться в первоначальном тексте?
9. Пусть $S(x)$ — сумма цифр натурального числа x . Решите уравнения:
- а) $x + S(x) = 2017$;
- б) $x + S(x) + S(S(x)) = 2017$;
- в) $x + S(x) + S(S(S(x))) = 2017$;
- г) $x + S(x) + S(S(x)) + S(S(S(x))) = 2017$.
10. а) Приведите пример натурального числа, меньшего 100 000, которое делится на 2018 и у которого сумма цифр равна 26.
- б) Найдите все такие числа.
- в) Найдите все натуральные числа, меньшие 100 000, которые делятся на 2017 и у которых сумма их цифр равна 23.
11. Имеется 2 миллиона рублей, которые надо полностью истратить на покупку путевок. Дома отдыха предлагают путевки трех типов: на 15, 27 и 45 дней. Стоимость путевок соответственно 21 тыс. руб., 40 тыс. руб. и 60 тыс. руб. за штуку.
- а) Можно ли купить 15 путевок первого типа?
- б) Какое наименьшее возможно число путевок второго типа можно купить?
- в) Сколько и каких путевок надо купить, чтобы сделать число дней отдыха наибольшим?

- 12.** В фирме имеется n отделов, в одном из которых работает $\frac{1}{8}$ сотрудников, в другом — 210 сотрудников, а численность каждого из оставшихся отделов составляет $\frac{1}{9}$ от всего количества сотрудников фирмы.
- а) Может ли быть $n > 9$?
 - б) Найдите наименьшее возможное значение n .
 - в) Найдите наибольшее возможное значение n .
- 13.** В океанариуме живут акулы, мурены и скаты. Каждой акуле ежедневно дают 2,5 кг рыбы, мурене — 0,2 кг, скату — 1,5 кг. У каждой акулы бывает ежедневно 260 посетителей, у каждой мурены — 21, у каждого ската — 150.
- а) Найдите число посетителей этих животных, если ежедневно им дают 6,5 кг рыбы?
 - б) В какой-то день было больше 2000 посетителей. Могло ли быть распределено ровно 18,4 кг рыбы?
 - в) Каково наибольшее возможное ежедневное число посетителей, если распределить 7 кг рыбы в день?
- 14.** В хранилище завезли партию золотых слитков двух видов: весом 11,1 кг и 13,3 кг. Общий вес партии равен S .
- а) Может ли $S = 363$ кг?
 - б) Может ли $S = 364$ кг?
 - в) Найдите наибольшее значение $S < 363$.
- 15.** Трое друзей Саша, Петя и Паша играли в шахматы.
- а) Могло ли быть, что по итогам турнира каждый из них сыграл по 15 партий?
 - б) Могли ли количества партий, сыгранные игроками, образовывать геометрическую прогрессию?
 - в) В турнире было сыграно 23 партии. Могли ли количества партий, сыгранных игроками, образовывать арифметическую прогрессию?
 - г) Количество партий, сыгранных Сашей, Петей и Пашей, в указанном порядке образует арифметическую прогрессию. Всего в турнире сыграно 30 партий. Сколько партий Саша сыграл с Пашей?