1. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^4+(a-3)^2=|x-a+3|+|x+a-3|$ либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

2. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^2+(1-a)^2=|x-1+a|+|x-a+1|$$

имеет единственный корень.

3. Найдите все положительные значения a, при каждом из которых множество решений неравенства

$$1\leqslant\frac{a+x^2+2\log_5(a^2-4a+5)}{30\sqrt{17x^4+5x^2}+a+1+\log_5^2(a^2-4a+5)}$$

состоит из одной точки, найдите это решение.

4. Найдите все неотрицательные значения a, при каждом из которых множество решений неравенства

$$1\leqslant\frac{2a+x^2-4\log_{\frac{1}{3}}(4a^2-4a+9)}{5\sqrt{18x^4+7x^2}+2a+4+\log_{\frac{1}{3}}^2(4a^2-4a+9)}$$

состоит из одной точки, и найдите это решение.

5. При каких значениях параметра a система $\begin{cases}\sqrt{|y+3|}=1-\sqrt{5|x|},\\16a-9-6y=25x^2+y^2\end{cases}$ имеет четыре решения?

6. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^4+(a-4)^2=|x-a+4|+|x+a-4|$ либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

7. Известно, что значение параметра a таково, что система уравнений

$$\begin{cases}2^{\ln y}=4^{|x|},\\\log_2(x^4y^2+2a^2)=\log_2(1-ax^2y^2)+1\end{cases}$$

имеет единственное решение. Найдите это значение параметра a и решите систему при найденном значении параметра.

8. При каких значениях параметра a система $\begin{cases}3\cdot2^{|x|}+5|x|+4=3y+5x^2+3a,\\x^2+y^2=1\end{cases}$ имеет единственное решение?

9. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^2+(a-3)^2=|x+3-a|+|x+a-3|$$

имеет единственный корень.

10. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^2-|x-a+6|=|x+a-6|-(a-6)^2$$

имеет единственный корень.

11. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$|(x-1)^2-2^{1-a}|+|x-1|+(1-x)^2+2^{a-1}=4+4^a$$

имеет единственное решение. Найдите это решение для каждого значения a.

12. Найдите все значения параметра α из интервала $(0;\ \pi)$, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}x^2+y^2-4(x+y)\sin\alpha+8\sin^2\alpha=2\sin\alpha-1,\\\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=2\sin\alpha+4\sin^2\alpha\end{cases}$$

имеет единственное решение.

13. Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\sqrt{x^4+(a-5)^4}=|x+a-5|+|x-a+5|$$

имеет единственное решение.

14. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ xy=a^2-3a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения?

15. Найдите все значения a, при которых система

$$\begin{cases} y=(a+2)x^2+2ax+a-1, \\ x=(a+2)y^2+2ay+a-1 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

16. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a(y^4+3)=x+3(1-|y|), \\ |x|+|y|=3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(1+a^2)x^6+3a^2x^4+2(1-6a)x^3+3a^2x^2+a^2+1=0$$

имеет единственное решение.

18. Найдите все значения x, при которых равенство

$$2\log_{2+a^2}(4-\sqrt{7+2x})=\log_{2+a^2x^2}(4-3x)$$

выполняется при любом значении параметра a.

19. Найдите все значения параметра параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3^3+3a=3x^3(x+3)+3x^2-3x^3+(a+3)(y+3+x)(y+3-x), \\ 3=y+\sqrt{3(1-3y-x)-3y+x(1-x)} \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

20. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a^2+x^2}=\cos 2x+a^2+2a-1$$

имеет единственное решение.

21. Найдите все значения a, при которых неравенство

$$\cos x-2\sqrt{x^2+9}\leqslant -\frac{x^2+9}{a+\cos x}-a$$

имеет единственное решение.

22. Найдите все значения a, при которых уравнение

$$a^2+(x-2021)^2=|a-x+2021|-|a+x-2021|$$

имеет ровно два решения.

23. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений

$$\begin{cases} 3\cdot 2^{|x|}+5|x|+4=3y+5x^2+3a, \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$$

24. Найти все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a+2y)-y^2=(x-2)^2+z^2, \\ (xy+4)\sin(x+y)+\cos(y-x)=1, \\ \left(2-\dfrac{xyz(a-2)}{\sqrt{1-2xy}}\right)\cdot(a\cdot \operatorname{tg}^2 z+x+y)=0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

25. Найдите все значения параметра a при каждом из которых уравнение

$$9^{-x+1}\cdot 3^{x^2}+a^3+5a^2+a+\sqrt{2}=\sin\frac{\pi x}{4}+\cos\frac{\pi x}{4}+3$$

имеет единственное решение.

26. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\pi\cdot\cos(\pi^{2x-x^2})=a-\sqrt{3}\cdot\pi\cdot\sin(\pi^{2x-x^2})$$

имеет ровно одно решение.

27. Найдите все значения параметра a, при которых ровно одно решение $(x;y)$ системы уравнений

$$\begin{cases}2x^2+ay^2+x+3-a=0,\\ ax^2+2y^2+y+3-a=0\end{cases}$$

удовлетворяет неравенству $|x|+|y|>2$.

28. Найдите все значения параметра b, при каждом из которых уравнение

$$x^4\cdot(x^2+\sqrt{b^2-b-1})+\sqrt{(8-b)^2}+\sqrt{(27+b)^2}-\sqrt{(8-b)\times(27+b)}=21$$

имеет единственное решение.

29. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}z\cos(x-y)+(2+xy)\sin(x+y)-z=0,\\ x^2+(y-1)^2+z^2=a+2x,\\ (x+y+a\sin^2 z)((1-a)\ln(1-xy)+1)=0\end{cases}$$

имеет единственное решение.

30. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}x^4-(a-1)\sqrt{a+3}y+a^4+2a^3-9a^2-2a+8=0,\\ y=\sqrt{a+3}\cdot x^2\end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

31. Найдите все значения a, при которых уравнение $2x^2-a\,\mathrm{tg}(\cos x)+a^2=0$ имеет единственное решение.

32. Найди все значения параметра a при которых уравнение

$$\sqrt[4]{a^4+x^4}=\cos\frac{x}{2}+a^2-2a+1$$

имеет единственное решение.

33. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$5^{x^2+a^2-24}-5^{-2a\cos x}=(-2a\cos x)^5-(x^2+a^2-24)^5$$

имеет ровно один корень.