1. В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет $4t^2$ у. е. Если на втором объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет t^2 у. е. Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у. е. в этом случае придется заплатить рабочим?

2. Баржа грузоподъемностью 134 тонны перевозит контейнеры типов A и B. Количество загруженных на баржу контейнеров типа B не менее чем на 25% превосходит количество загруженных контейнеров типа A. Вес и стоимость одного контейнера типа A составляет 2 тонны и 5 млн. руб., контейнера типа B — 5 тонн и 7 млн. руб. соответственно. Определите наибольшую возможную суммарную стоимость (в млн. руб.) всех контейнеров, перевозимых баржей при данных условиях.

3. Леонид является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые приборы, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $4t^3$ часов в неделю, то за эту неделю они производят t приборов; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^3 часов в неделю, они производят t приборов.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Леонид платит рабочему 1 тысячу рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 20 приборов. Какую наименьшую сумму придется тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

4. Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими видами начинки: ягодная и творожная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

Вид начинки	Себестоимость (за 1 тонну)	Отпускная цена (за 1 тонну)	Производственные возможности
ягоды	70 тыс. руб.	100 тыс. руб.	90 (тонн в мес.)
творог	100 тыс. руб.	135 тыс. руб.	75 (тонн в мес.)

Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

5. Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 200 рублей.

Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

6. Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей. Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

7. Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0{,}5x^2 + x + 7$ млн руб. в год. При цене p тыс. руб. за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн руб.) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн руб.?

8. Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0{,}5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0{,}5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

9. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 500 ц/га.

Фермер может продать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

10. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 квадратных метров и номера «люкс» площадью 40 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 квадратных метров. Предприниматель может определить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?

11. Алексей приобрёл ценную бумагу за 8 тыс. руб. Цена бумаги каждый год возрастает на 1 тыс. руб. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 8%. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через двадцать пять лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

12. Пенсионный фонд владеет акциями, цена которых к концу года t становится равной t^2 тыс. руб. (т. е. к концу первого года они стоят 1 тыс. руб., к концу второго — 4 тыс. руб. и т. д.), в течение 20 лет. В конце любого года можно продать акции по их рыночной цене на конец года и положить вырученные деньги в банк под 25% годовых. В конце какого года нужно продать акции, чтобы прибыль была максимальной?

13. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t $(t = 1, 2, \ldots)$. В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в $1 + r$ раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать первого года. При каких положительных значениях r это возможно?

14. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят $10t$ тыс. руб. в конце года t (t = 1, 2, ...). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счет в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться на 24%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счете была наибольшей?

15. Зависимость количества Q (в шт., $0 \leqslant Q \leqslant 20000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 20000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $6000Q + 4000000$ рублей. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t рублей ($0 < t < 10000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 6000Q - 4000000 - tQ$ рублей, а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ рублей.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

16. Зависимость объёма Q (в шт.) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 15\ 000 - P$, $1000 \leqslant P \leqslant 15\ 000$. Доход от продажи товара составляет PQ рублей. Затраты на производство Q единиц товара составляют $3000Q + 5\ 000\ 000$ рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену товара на 20%, однако её прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

17. Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год p = 10, а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?

18. Завод закупает станки двух типов, на приобретение которых выделено 34 миллиона рублей. Станок первого типа занимает площадь 7 м^2 (с учетом проходов), производит за смену 5000 единиц продукции и стоит 4 миллиона рублей. Станок второго типа занимает площадь 4 м^2 (с учетом проходов), производит за смену 3000 единиц продукции и стоит 3 миллиона рублей. Станки должны быть размещены на площади, не превышающей 50 м^2. Сколько станков каждого типа нужно приобрести, чтобы производить за смену наибольшее количество продукции?

19. В контейнер упакованы комплектующие изделия трех типов. Стоимость и вес изделия составляют 400 тыс. руб. и 12 кг для первого типа, 500 тыс. руб. и 16 кг для второго типа, 600 тыс. руб. и 15 кг для третьего типа. Общий вес комплектующих равен 326 кг. Определите минимальную и максимальную возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих изделий.

20. Правительство решило закрыть нерентабельные шахты и построить новые фабрики и заводы. В результате закрытия одной шахты увольняется 180 человек, при этом на консервацию шахты и выплату пособий увольняемым тратится 52 миллиона рублей. Строительство одного нового завода с персоналом 170 человек стоит 43 млн руб., а одной фабрики с персоналом 110 человек — 20 млн руб. Чему равно максимально возможное увеличение суммарного числа новых рабочих мест, если известно, что сумма всех затрат правительства составила ровно 714 млн руб.?

21. Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими начинками: ягодная, творожная и мясная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

Вид начинки	Себестоимость за тонну	Отпускная цена за тонну	Производственные возможности
Ягоды	70 тыс. руб.	100 тыс. руб.	90 тонн в мес.
Творог	100 тыс. руб.	135 тыс. руб.	75 тонн в мес.
Мясо	145 тыс. руб.	145 тыс. руб.	60 тонн в мес.

Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

22. Необходимо произвести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда объемом 432 м^3. Отделка стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000 руб. за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000 руб. за квадратный метр. А заливка крыши, форма которой является квадратом, обходится в 7000 руб. за квадратный метр. Найдите размеры здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости.

23. Сергей хочет купить пакет акций быстрорастущей компании. В начале года у Сергея не было денег на покупку акций, а пакет стоил 160 000 рублей. В середине каждого месяца Сергей откладывает на покупку пакета акций одну и ту же сумму, а в конце месяца пакет дорожает, но не более чем на 25%. Какую наименьшую сумму (в рублях) нужно откладывать Сергею каждый месяц, чтобы через некоторое время купить желаемый пакет акций?

24. В начале года Алексей приобрёл ценные бумаги на сумму 9 тыс. рублей. В середине каждого года стоимость ценных бумаг возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать ценные бумаги и положить вырученные деньги на банковский счёт. В середине каждого года сумма на счёте будет увеличиваться на 9%. В начале какого года после покупки Алексей должен продать ценные бумаги, чтобы через двадцать лет после покупки ценных бумаг сумма на банковском счёте была наибольшей?

25. Алексей планирует 15 декабря взять в банке кредит на 2 года в размере 1 806 000 рублей. Сотрудник банка предложил Алексею два различных варианта погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

Вариант 1	− Каждый январь долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года; − с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; − кредит должен быть полностью погашен за два года двумя равными платежами.
Вариант 2	− 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца; − со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; − 15 числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца; − к 15-му числу 24 месяца кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат банку по более выгодному для Алексея варианту погашения кредита?

26. Цена ценной бумаги на конец года вычисляется по формуле $S = 1{,}1S_0 + 2000$, где S_0 — цена ценной бумаги на начало года в рублях. Максим может приобрести ценную бумагу, а может положить деньги на банковский счёт, на котором сумма увеличивается за год на 12%. В начале любого года Максим может продать бумагу и положить все вырученные деньги на банковский счёт, а также снять деньги с банковского счёта и купить ценную бумагу. В начале 2021 года у Максима было 80 тысяч рублей, которые он может положит на банковский счёт или может приобрести на них ценную бумагу. Какая наибольшая сумма может быть у Максима через четыре года? Ответ дайте в рублях.

27. Бригаду из 30 рабочих нужно распределить по двум объектам. Если на первом объекте работает p человек, то каждый из них получает в сутки $200p$ рублей. Если на втором объекте работает p человек, то каждый из них получает в сутки $(50p + 300)$ руб. Как нужно распределить рабочих по объектам, чтобы их суммарная суточная зарплата оказалась наименьшей? Сколько рублей в этом случае придётся заплатить за сутки всем рабочим?

28. В январе 2005 года ставка по депозитам в банке «Фантазия» составила x% годовых, а в январе 2006 года — y% годовых, причем известно, что $x + y = 30$. В январе 2005 года вкладчик открыл депозитный счёт в банке «Фантазия», положив на него некоторую сумму. В январе 2006 года, по прошествии года со дня открытия счёта, вкладчик снял со счёта пятую часть этой суммы. Укажите значение x, при котором сумма на счёте вкладчика в январе 2007 года является максимально возможной.

29. Строительство нового завода стоит 140 млн руб. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0{,}2x^2 + 3x + 1$ млн руб. в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. руб. за единицу, то прибыль фирмы (в млн руб.) за один год составит $px - (0{,}2x^2 + 3x + 1)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена на продукцию $p = 7$ тыс. руб. за единицу. Каждый последующий год цена увеличивается на 2 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

30. В начале 1977 года Алишер положил в пустой сейф 1 млн руб. В начале каждого последующего года он вынимает из сейфа m% имеющихся там рублей. При каком значении m он вынет из сейфа в начале 1982 года максимальную сумму?

31. Шарона Абрамовна планирует взять кредит на некоторую сумму и выбирает между двумя банками. Первый банк предлагает кредит на 10 лет под 3% годовых, второй — на 6 лет под 9% годовых, причем в обоих банках применяется дифференцированная съема погашения кредита (ежегодно долг уменьшается каждый год на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим годом). В какой банк выгоднее обратиться Шароне Абрамовне и сколько процентов от кредита составит эта выгода?

32. Зависимость количества Q (в шт., $0 \leqslant Q \leqslant 30000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5000Q + 3000000$ рублей. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t рублей $(0 < t < 15000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5000Q - 3000000 - tQ$ рублей, а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ рублей.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

33. Инвестору предлагаются два проекта для вложения денежных средств. В каждом проекте зависимость прибыли y (в тысячах рублей) от вложений x (тыс. руб.) определяется квадратичной функцией $y(x) = ax^2 + bx$ с коэффициентами a и b, зависящими от проекта. Известно, что при инвестировании средств только в первый проект максимальная прибыль в 200 тыс. руб. достигается при вложении 100 тыс. руб., а при инвестировании только во второй проект максимальная прибыль в 150 тыс. руб. достигается при вложении 150 тыс. руб. Инвестор решил вложить 290 тыс. рублей в оба проекта. Какую сумму ему следует вложить в каждый из проектов, чтобы общая прибыль была максимальной? Найдите эту максимальную общую прибыль.

34. Паром грузоподъёмностью 109 тонн перевозит джипы и грузовики. Количество перевозимых на пароме грузовиков не менее чем на 20% превосходит количество перевозимых джипов. Вес и стоимость перевозки одного джипа составляют 3 тонны и 600 рублей, грузовика — 5 тонн и 700 рублей соответственно. Определите наибольшую возможную суммарную стоимость перевозки всех джипов и грузовиков при данных условиях.

35. Цена за единицу товара зависит от объема заказа и определяется следующим образом:

1. Если объём заказа не превышает 4000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.
2. Если объём заказа превышает 4000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\dfrac{x - 4000}{50}$ рублей, где x — количество единиц товара в заказе.

При каком объёме заказа фирма, продающая товар, получит наибольшую выручку при условии, что объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара?

36. Строительство нового цеха по производству роботов-пылесосов стоит 300 миллионов рублей. Затраты на производство x тысяч единиц продукции на такой линии равны $0{,}1x^2 + 3x + 100$ млн руб. в год. Если продукцию продавать по цене p тыс. руб. за единицу, то прибыль фирмы (в млн руб.) за один год составит $px - (0{,}1x^2 + 3x + 100)$ млн руб. Когда цех будет построен, каждый год фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки цеха цена продукции $p = 12$ тыс. руб. за единицу, каждый следующий год цена продукции увеличивается на 1 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство цеха?

37. У инвестора есть 50 миллионов рублей. Часть денег он планирует вложить в проект. Если он вложит в проект $\dfrac{5x^2}{144}$ млн руб., то по завершении проекта он получит x млн руб. Невложенные в проект деньги инвестор планирует разместить на банковском счете. По завершении проекта инвестор получит из банка сумму, увеличенную на 20%.

Инвестор собирается распределить деньги так, чтобы общая сумма полученных им денег от вложения в проект и размещения в банке оказалась наибольшей. Прибыль от проекта — это разность между полученной от проекта и вложенной в проект суммами денег. Найдите, сколько процентов составит прибыль от проекта от вложенной в него суммы денег.

38. Предприниматель взял в кредит под 20% годовых сумму S на целое число лет. Кредит должен быть погашен равными ежегодными платежами. Через некоторое целое число лет после исполнения очередного платежа предприниматель обнаружил, что выплатил банку сумму, большую S, при этом сумма оставшихся платежей также была больше S. Найдите минимальный срок, на который предприниматель мог взять кредит.

39. Предприятие производит детские санки и является убыточным. Известно, что при изготовлении x санок в месяц расходы предприятия на выпуск одних санок составляют

$$\left(\frac{168000}{x} + 36 - \left|12 - \frac{72000}{x}\right|\right) \text{ тыс. руб.},$$

а цена реализации каждой единицы продукции равна $72 - \dfrac{3x}{1000}$ тыс. руб. Определите ежемесячный объем производства (в тысячах санок), при котором ежемесячные убытки могут быть снижены до наименьшего возможного уровня.

40. Наталья Дмитриевна владеет облигациями, которые стоят n^2 тысяч рублей в конце года n $(n = 1, 2, \ldots)$. В конце любого года Наталья Дмитриевна может их продать и положить деньги на счет в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться в $1 + m$ раз.

Наталья Дмитриевна хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать восьмого года сумма на ее счете была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать третьего года. При каких положительных значениях m это возможно?

41. При налоге, равном t рублей за единицу товара, объём производства товара составляет $12\,000 - 2t$ единиц, если это число положительно, и 0 единиц иначе. Производство некоторого товара облагалось налогом в размере t_0 рублей за единицу товара. После того как государство, стремясь увеличить сумму налоговых поступлений, увеличило налог на 60% (до величины $1{,}6t_0$), сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государству следует изменить налог после этого, чтобы добиться максимальных налоговых сборов?

42. Харитон хочет взять кредит на некоторую сумму и выбирает между двумя банками. Первый банк предлагает кредит на 10 лет под 7% годовых, второй — на 6 лет под 9% годовых. В обоих банках применяется дифференцированная система платежей по кредиту, то есть долг перед банком уменьшается каждый год на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим годом. Определите, в каком банке переплата по кредиту будет меньше и на сколько процентов.

43. Фирма планирует взять в январе кредит на целое число миллионов рублей на 4 года на следующих условиях:
— в июле каждого года долг фирмы возрастает на 10% по сравнению с началом года;
— в конце 1-го и 3-го годов фирма выплачивает только проценты по кредиту, начисленные за соответствующий текущий год;
— в конце 2-го и 4-го годов фирма выплачивает одинаковые суммы, погашая к концу 4-го года весь долг полностью.
Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат превысит 100 миллионов рублей.

44. У владельца фабрики есть два станка. Оба станка используются для изготовления одинаковых деталей, но второй станок более современный. За m^2 часов первый станок изготавливает $6m$ деталей, а второй станок — $8m$ деталей. За каждый час работы (на каждом из станков) рабочим платят 250 руб. в час.

На оплату труда рабочих выделено 25 000 руб. Какое наибольшее количество деталей можно изготовить на эти деньги с помощью двух станков?

45. Клиент открыл в банке депозитный вклад сроком на 1 год под p_1 процентов годовых. По окончании срока действия вклада и начисления процентов он добавил к выданной сумме денег дополнительно сумму, составляющую 3% от внесенной год назад при открытии вклада, и переоформил вклад еще на год под p_2 процентов годовых. Известно, что $p_1 + p_2 = 25$. При каком значении p_2 через год при закрытии вклада и начислении процентов клиент получит максимальную сумму денег?

46. Сергей владеет двумя цехами, расположенными в разных районах города. В цехах производятся абсолютно одинаковая продукция, но в первом цехе используется более современное оборудование. В результате если рабочие второго цеха трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $2t$ единиц продукции. Если же рабочие первого цеха трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $4t$ единиц продукции. В обоих цехах за каждый час работы рабочему платят 450 рублей. Сергей готов платить рабочим 1 640 250 рублей в неделю. На какое максимальное число единиц продукции он может рассчитывать?

47. Планируется построить новый завод, который ежегодно будет выпускать x тыс. ед. продукции, причем затраты на производство этого количества продукции составят $0{,}25x^2 + 5x$ миллионов рублей в год. Кроме того планируется, что транспортные расходы на доставку продукции до места реализации составят $x + 24$ миллионов рублей в год. После продажи продукции (x тыс. ед.) по цене p тыс. руб. (где p — целое число) за единицу ежегодная прибыль завода (в миллионах рублей) составит разность между полученной суммой денег и суммарных затрат по производству продукции и транспортных расходов. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 6 лет, если расходы по его строительству оцениваются в размере 150 миллионов рублей?

48. У инвестора есть 50 млн руб. Часть денег он планирует вложить в проект. Если он вложит в проект $\dfrac{5x^2}{144}$ млн руб., то по завершении проекта он получит x млн руб. Невложенные в проект деньги инвестор планирует разместить на банковском счете. По завершении проекта инвестор получит из банка сумму, увеличенную на 20%. Инвестор собирается распределить деньги так, чтобы общая сумма полученных им денег от вложения в проект и размещения в банке оказалась наибольшей. Прибыль от проекта — это разность между полученной от проекта и вложенной в проект суммами денег. Найдите сколько процентов составит прибыль от проекта от вложенной в него суммы денег.

49. У фермера есть два комбайна. Оба комбайна используются для уборки зерновых, но второй комбайн более современный. В результате, если первый комбайн работает m^2 часов, то за это время он собирает $8m$ т зерновых; если второй комбайн работает m^2 часов, то за это время он собирает $15m$ т зерновых. За каждый час работы фермер платит каждому комбайнеру 200 рублей. Фермер готов выделять 20 000 рублей на оплату труда комбайнеров. Какое наибольшее количество тонн зерновых можно собрать на эти деньги с помощью двух комбайнов?

50. Зависимость количества Q (в шт., $0 \leqslant Q \leqslant 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t рублей $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб. Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

51. Вадим является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара. За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Вадим платит рабочему 200 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 300 рублей. Вадим готов выделять 1 200 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

52. Строительство нового завода стоит 376 млн руб. Затраты на производство x тыс. единиц продукции на таком заводе равны $0,5x^2+x+12$ млн руб. в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. руб. за единицу, то прибыль фирмы (в млн руб.) за один год составит $px-(0,5x^2+x+12)$. Когда завод будет построен, каждый год фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы годовая прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена продукции p = 14 тыс. руб. за единицу. Каждый следующий год цена продукции увеличивается на 1 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

53. Индивидуальный предприниматель в течение нескольких дней ежедневно покупал в магазине одежды 200 изделий на сумму 158 тыс. рублей: джинсы по 1000 руб. за штуку, рубашки — по 800 руб. за штуку, сумки — по 400 руб. за штуку. Найдите максимальное число сумок, которое могло быть куплено предпринимателем в один из таких дней.

54. Бизнесмен продает ложки по цене 1000 руб. за штуку. Для увеличения продаж он запланировал рекламную кампанию, на которую выделил 100 тыс. руб. (эти деньги необходимо потратить полностью). Рекламное объявление в социальной сети стоимостью 20 тыс. руб. увеличивает продажи ложек на 10 штук, а рекламное объявление в мессенджере стоимостью 40 тыс. руб. увеличивает продажи на 30%. Какое наименьшее количество ложек надо продать, чтобы окупить рекламную кампанию?

55. Отец, мать, дочь и сын приехали на дачу. Им предстоит собрать ягоды в саду и натаскать песка для обустройства участка. Пробыть на даче они могут ровно 4 дня. Отец собирает в день 48 стаканов ягод, мать — 31,5 стакана, дочь — 25 стаканов, сын — 42 стакана. Отец за день может принести 60 ведер песка, мать — 42 ведра, дочь — 36 ведер, сын — 54 ведра. Для участка необходимо принести 300 ведер песка. Как семье распределить работу, чтобы при этом собрать наибольшее возможное количество ягод? Сколько стаканов ягод при этом будет собрано?

56. Аристарх открыл предприятие, которое за первый год после открытия принесло доход 2450 тысяч рублей, однако потребовало вложений в размере 4100 тысяч рублей. Впоследствии доход ежегодно увеличивался на 600 тысяч рублей, а необходимые ежегодные вложения уменьшались на 500 тысяч рублей. Через сколько лет со дня открытия предприятия сумма всех вложений покроется доходом за это время?

57. В начале года за участие в инвестировании крупного проекта фирме был выделен пакет ценных бумаг. К концу каждого k-го года владения ценными бумагами их стоимость увеличивается и становится равной $10k$ условных денежных единиц. В конце k-го года после очередного увеличения стоимости ценных бумаг фирма имеет возможность продать весь пакет, а вырученную сумму вложить в банк, и тогда в конце следующего года вложенная сумма увеличится на 9%. В конце какого года фирме следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на счёте была наибольшей?

58. Бригада из 11 человек за день может выполнить заказы на общую сумму 50 000 рублей, а бригада из 17 человек — на сумму 100 000 рублей. Всего в фирме работают 798 человек. На какую максимальную сумму в день они могут выполнить заказы, если на день могут формировать бригады только из 11 и 17 человек?

59. Аристарх 15 марта решил откладывать одинаковую сумму каждый месяц на покупку пакета акций. 1 марта пакет акций стоил 87 500 рублей. 1 числа каждого месяца пакет акций дорожает на 20%. Какую наименьшую сумму нужно откладывать Аристарху каждый месяц, чтобы через некоторое время купить пакет акций?

60. Уважаемый предприниматель Арсен открыл на трассе М-4 два премиальных заведения: элитную шашлычную «Золотой шампур» и VIP-автомойку «Чистый Лев». На летние каникулы из родного аула к Арсену приехали 60 племянников, которых нужно пристроить к делу. Каждый день Арсен должен распределить всех 60 племянников между двумя бизнесами.

— Если на шашлычную отправлено x племянников, то из-за того, что они начинают спорить, чей маринад лучше, и постоянно отвлекаются на произнесение тостов за здоровье клиентов, ежедневная выручка (в тысячах рублей) вычисляется по формуле: $R_1(x)=15x-0,1x^2$.

— Если на автомойке работает y племянников, то из-за того, что они устраивают соревнования по лезгинке с активной пеной и бесплатно моют заниженные Приоры всех знакомых, выручка (в тысячах рублей) составляет: $R_2(y)=21y-0,2y^2$.

Как Арсен должен распределить племянников между шашлычной и автомойкой, чтобы суммарная ежедневная выручка была наибольшей и он быстрее накопил на новый «Гелендваген»? Какова будет эта максимальная выручка (в тысячах рублей)?

61. IT-компания закупает кластер серверов за 212 миллионов рублей для обучения нейросети, генерирующей идеальные отговорки для невыполненных домашек. Затраты на обработку x петабайт данных равны $0,5x^2+2x+10$ млн руб. в год. Прибыль с продажи обработанных данных по цене p млн руб. за петабайт составит $px-(0,5x^2+2x+10)$. Важное ограничение: из-за слабой системы охлаждения (сисадмин поставил комнатный вентилятор), серверы физически не могут обрабатывать более 8 петабайт данных в год $(x\leqslant 8)$. Компания настраивает нагрузку так, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p серверы окупятся не более чем за 2 года?