1. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t − время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

2. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия — монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

3. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

4. Если достаточно быстро вращать ведерко с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m\left(\dfrac{\upsilon^2}{L} - g\right)$, где m — масса воды в килограммах, υ скорость движения ведерка в м/с, L — длина веревки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведерко, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

5. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \dfrac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ — начальная высота столба воды, $k = \dfrac{1}{50}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

6. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 4$ — начальный уровень воды, $a = \dfrac{1}{100}$ м/мин^2 и $b = -\dfrac{2}{5}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

7. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\dfrac{1}{100}$ м$^{-1}$, $b = 1$ — постоянные параметры, $x(\text{м})$ — смещение камня по горизонтали, $y(\text{м})$ — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

8. Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин^2, $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

9. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \dfrac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 20^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200°. Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

10. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $\upsilon_0 = 57$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ км/ч^2. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = \upsilon_0 t + \dfrac{at^2}{2}$, где t — время в часах. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ дайте в минутах.

11. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $\upsilon_0 = 20$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 5$ м/с^2. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = \upsilon_0 t - \dfrac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ выразите в секундах.

12. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг $\cdot$ см^2, дается формулой $I = \dfrac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 625 кг $\cdot$ см^2? Ответ выразите в сантиметрах.

13. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_\text{A} = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 9{,}8$ Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 78400 Н? Ответ выразите в метрах.

14. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_\text{A} = \alpha\rho g r^3$, где $\alpha = 4{,}2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336 000 Н? Ответ выразите в метрах.

15. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\dfrac{1}{16} \cdot 10^{20}$ м^2, а мощность её излучения равна $9{,}12 \cdot 10^{25}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

16. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 80 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = p \cdot q$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка составит 300 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

17. Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 18t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?

18. Электрический прибор после включения в сеть нагревается и через некоторое время автоматически выключается и начинает остывать. Температура прибора в градусах Цельсия вычисляется по формуле: $T = -t^2 + 14t + T_0$, где t — время в минутах, прошедшее после включения прибора в сеть, $T_0 = 25$ °C — начальная температура прибора. На протяжении какого времени в минутах температура прибора будет не менее 70 °C?