

1. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 \leq 0, \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 \geq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

2. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 - 2x + |y| - 15 = 0, \\ x^2 + (y-a)(y+a) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

имеет ровно 6 решений.

3. При каждом значении  $a$  решите систему  $\begin{cases} 6x^2 + 17xy + 7y^2 = a, \\ \log_{2x+y}(3x+7y) = 3. \end{cases}$

4. Определите все значения параметра  $a$  при каждом из которых система

$$\begin{cases} 4^x - 2^{x+1} = a + 3, \\ \log_2(3-x) \geq a + 4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a-5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

6. Найти все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(a+1)x - 2ay + 5a^2 + 8a + 3 = 0, \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

7. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (4a-6)x + 4ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

8. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |5a - 12| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

9. Найти все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x+ay-4)(x+ay-4a) = 0, \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

10. Найти все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |2a - 4| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

11. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = (a+2)x^2 + 2ax + a - 2, \\ y^2 = x^2. \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

12. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(x+|y|-2)(x^2+4x+y^2+2)}{x-2} = 0, \\ y = \sqrt{a-5} \cdot x \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

13. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (a+1)(x^2+y^2) + (a-1)x + (a+1)y + 2 = 0, \\ xy - 1 = x - y \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

14. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |a+1| \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

15. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 5 = 2(2x + y), \\ a^2 + ax + 2ay = 5 \end{cases}$$

имеет решения.

16. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \sqrt{4-y^2} = \sqrt{4-4x^2}, \\ xy + a^2 = ax + ay. \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

17. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_7(36-y^2) = \log_7(36-a^2x^2), \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \sqrt{16-y^2} = \sqrt{16-(ax)^2}, \\ x^2 + y^2 = 8x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. Найдите все положительные значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \sqrt{2x-x^2} = \sqrt{2ay-a^2y^2}, \\ y = x^2. \end{cases}$$

имеет ровно 3 решения.

20. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 + 2ax - a^2, \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

21. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2x + 2y, \\ x^2 + y^2 = 2(1+a)x + 2(1-a)y - 2a^2 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

22. Найдите все значения  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} |x-1| + |x+1| - 2y = 0, \\ x^2 + y^2 - 2ay + 2a = 1 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

23. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система неравенств

$$\begin{cases} y \geq x^2 - ax + 2, \\ y \leq x + a \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

24. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_3(7x + 4y - 11) = \log_3(2x + y - 3) + 1, \\ (y+a)^2 + x + y + a = 7 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

25. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x + \sqrt{y-a-3} = 0, \\ y^2 - x^2 = (a+1)(2x+a+1) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

26. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \frac{9}{\sqrt{x+a}} + \frac{16}{\sqrt{y-a}} \leq 22 - \sqrt{x+a} - 4\sqrt{y-a}, \\ 2^{x-11} \cdot \log_2(4-y) = 1 \end{cases}$$

имеет решения.

27. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 8, \\ 2x^2 + 4xy + 5y^2 = a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 12 + \sqrt{105} \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

28. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{16}} + \frac{\sqrt{xa}}{2} = x^2 + \frac{a^2}{16} + \frac{xa}{4}, \\ \frac{xa}{4} \cdot \left(x^2 + \frac{a^2}{16}\right) - \frac{xa}{4} - x^2 - \frac{a^2}{16} + 1 \geq 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

29. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \left| y + \frac{1}{3}x^3 \right| - |y + 4x| = 2y + \frac{1}{3}x^3 + 4x, \\ \left| -y - 4x + 1 \right| - \left| y + \frac{1}{3}x^3 - a + 1 \right| = -3y - 8x - \frac{1}{3}x^3 + a + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

30. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых

$$\begin{cases} (xy - x + 8) \cdot \sqrt{y - x + 8} = 0 \\ y = 2x + a \end{cases}$$

система уравнений имеет ровно 2 решения.

31. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0, \\ |y| - x^2 + 2x = 0 \end{cases}$$

имеет два решения.

32. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \cos x = \sin(\sqrt{4 - 7a^2} \cdot x), \\ \sin x = (3a - 0,5) \cdot \cos(\sqrt{4 - 7a^2} \cdot x) \end{cases}$$

имеет ровно одно решение на отрезке  $\left[ \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right]$ .