

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (y-2x)(2y-x) \leq 0, \\ \sqrt{(x+a)^2 + (y-a)^2} = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}} \end{cases} \text{ имеет ровно два решения.}$$

2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x+2y+1| \leq 11, \\ (x-a)^2 + (y-2a)^2 = 2+a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy, \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 = 5a^4. \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-1)(x+2) \leq 0, \\ 8x^2 + 8y^2 - 16a(x-y) + 15a^2 - 48y - 50a + 72 = 0. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

5. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 - 4y = 2|x+2y-5|, \\ 2x - y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4|2x - y - 10|, \\ x + 2y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y+1) \leq 0, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6a(x+y) + 5a^2 - 6x + 4a + 3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y-x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x-y)a = 4 + 4a - 7a^2. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

9. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 52, \\ y - 2 = a(x - 5). \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 2a + 3)^2 + (y - a)^2 = 2,25, \\ (x + 3)^2 + (y - a)^2 = a^2 + 2a + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

11. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4, \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} 4|y - 3| = 12 - 3|x|, \\ y^2 - a^2 = 3(2y - 3) - x^2 \end{cases}$$
 имеет ровно четыре решения.

13. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y = \sqrt{7 + 6x - x^2} + 3, \\ y = a + \sqrt{16 - a^2 + 2ax - x^2}. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

14. При каких значениях a системы уравнений
$$\begin{cases} \sin(x + y) = 0, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$
 и
$$\begin{cases} x + y = 0, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$
 равносильны?

15. При каждом a решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(x - y) + 2 = 0, \\ a^2 + ax + ay - 4 = 0. \end{cases}$$

16. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\sqrt{2xy + a} = x + y + 5$ не имеет решений.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 3a + 1)^2 + (y + 2a)^2 = a - 1, \\ 4x + 3y = a + 1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1|, \\ y = a(x - 1) \end{cases}$$

имеет более двух решений.

19. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2 - y - 2) = |x|(y - 2), \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

20. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2 + y - x - 2) = |x|(x^2 + y^2 - y + x), \\ y = a(x + 2) \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

21. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-3)^2 + (y-3)^2 - 1)((x-1)^2 + y^2) \leq 0, \\ y-2 = ax \end{cases}$$

не имеет решений.

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ((x+5)^2 + y^2 - a^2) \ln(9 - x^2 - y^2) = 0, \\ ((x+5)^2 + y^2 - a^2)(x+y-a+5) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

23. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy, \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 = 5a^4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

24. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a + \sqrt{6x - x^2} - 8 = 3 + \sqrt{1 + 2ax - a^2 - x^2}$ имеет ровно один корень.

25. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

26. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^4 + y^2 - 1) \log_2(x^2 + y) = 0, \\ y = ax^2 + 2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

27. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ \sin(\pi x + \pi y) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

28. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y - x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x - y)a = 4 + 4a - 7a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

29. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 4(a+1)x + 3a^2 + 4a < 0, \\ x^2 + a^2 = 16 \end{cases}$$

имеет решения.

30. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x + 3|y| + 5 = 0, \\ (x - a)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

имеет четыре решения?

31. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6}{\sqrt{2 - |y - x|}} = 0, \\ y - ax = 3a - 3 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

32. Найдите все значения a , при которых уравнение $(x^2 + \sqrt{x - 2a})^2 = (1 - 2x + \sqrt{x - 2a})^2$ имеет единственное решение на отрезке $[-1; 1]$

33. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_3(a - x^2) = \log_3(a - y^2), \\ x^2 + y^2 = 4x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

34. При каких значениях a система

$$\begin{cases} \sqrt{16 - y^2} = \sqrt{16 - a^2x^2}, \\ x^2 + y^2 = 6x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два решения?

35. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} \log_{11}(16 - y^2) = \log_{11}(16 - a^2x^2), \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

36. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + (2 - 5a)x + 4a^2 - 2a \leq 0, \\ x^2 + a^2 = 4 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

37. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y + 1) \leq 0, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6a(x + y) + 5a^2 - 6x + 4a + 3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

38. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(|y| - x - 2)(x^2 - 4x + y^2 + 2)}{x + 2} = 0, \\ y = \sqrt{a - 3} \cdot x \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

39. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система:

$$\begin{cases} (x-a)^2 + \left(y - \frac{1}{a}\right)^2 = \frac{1}{4}, \\ |y| \leq 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

40. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - 2x - 6a = |6x - 2a|$$

имеет ровно два различных корня.

41. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + a^2 - 6x - 4a| = 2x + 2a$$

имеет четыре различных корня.

42. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\cos \sqrt{2\pi ax - 4x^2} + \cos 2\sqrt{2\pi ax - 4x^2} = 0$$

имеет ровно два решения.

43. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$\frac{x^2 + 4x}{\sqrt{a - x^2 - ax - 6x + 7}} = \frac{2a - a^2 + 31}{\sqrt{a - x^2 - ax - 6x + 7}}$$

имеет ровно один корень.

44. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$-3 \sin x - 5 \cos x = a \text{ имеет ровно два корня на отрезке } \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right].$$

45. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{x^2 + y^2 + 4y - 6x}{\sqrt{x}} = 0, \\ y = a + 2 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

46. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = a(x - 2) \end{cases}$$

система уравнений имеет 2 различных решения.

47. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{|x-1| + |x+1|}{2} - 7\right)^2 + \left(\frac{|y-7| + |y+7|}{2} + 1\right)^2 = 100, \\ y = ax + 8 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

48. Найдите все значения параметра b , при каждом из которых найдется такое число a , что система

$$\begin{cases} y = -b - x^2, \\ x^2 + y^2 + 8a^2 = 4 + 4a \cdot (x + y) \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение $(x; y)$.

49. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y \leq a^2 + 10a + 20, \\ 5x^2 + 5y^2 - 2ax + 4ay \leq 5 - a^2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

50. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{a - y^2} = \sqrt{a - x^2}, \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.