1. Окружности радиусов 2 и 3 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются в точке A. Прямая, проходящая через точку A, вторично пересекает меньшую окружность в точке B, а большую — в точке C. Найдите площадь треугольника BCO_2, если $\angle ABO_1 = 30°$.

2. Расстояние между центрами окружностей радиусов 2 и 8 равно 15. Этих окружностей и их общей внутренней касательной касается третья окружность. Найдите её радиус.

3. На стороне прямого угла с вершиной A взята точка O, причём $AO = 7$. С центром в точке O проведена окружность S радиуса 1. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся окружности S.

4. Расстояние между центрами окружностей радиусов 1 и 9 равно 17. Обе окружности лежат по одну сторону от общей касательной. Третья окружность касается обеих окружностей и их общей касательной. Найдите радиус третьей окружности.

5. Центр O окружности радиуса 4 принадлежит биссектрисе угла величиной 60°. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся данной окружности, если известно, что расстояние от точки O до вершины угла равно 10.

6. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через точку A проведены диаметры AC и AD этих окружностей. Найдите расстояние между центрами окружностей, если $BC = 7$, $BD = 3$.

7. Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 31 и 17, а расстояние между центрами окружностей равно 50.

8. Расстояния от общей хорды двух пересекающихся окружностей до их центров относятся как 2 : 5. Общая хорда имеет длину $2\sqrt{3}$, а радиус одной из окружностей в два раза больше радиуса другой окружности. Найдите расстояние между центрами окружностей.

9. Окружности радиусов 11 и 21 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внешним образом в точке C, AO_1 и BO_2 — параллельные радиусы этих окружностей, причём $\angle AO_1O_2 = 60°$. Найдите AB.

10. Радиусы окружностей с центрами O_1 и O_2 равны соответственно 1 и 3. Найдите радиус третьей окружности, которая касается двух данных и прямой O_1O_2, если $O_1O_2 = 14$.

11. Радиусы окружностей с центрами O_1 и O_2 равны соответственно 2 и 10. Найдите радиус третьей окружности, которая касается двух данных и прямой O_1O_2, если $O_1O_2 = 28$.

12. Окружности радиусов 11 и 21 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внешним образом в точке C, AO_1 и BO_2 — параллельные радиусы этих окружностей, причём $\angle AO_1O_2 = 60°$. Найдите AB.

13. Окружности радиусов 11 и 21 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внутренним образом в точке K, MO_1 и NO_2 — параллельные радиусы этих окружностей, причём $\angle MO_1O_2 = 120°$. Найдите MN.

14. В окружности проведены хорды PQ и CD, причём $PQ = PD = CD = 8$, $CQ = 6$. Найдите CP.

15. В окружности проведены хорды PQ и CD, причём $PQ = PD = CD = 10$, $CQ = 6$. Найдите CP.

16. Две окружности, радиусы которых равны 9 и 4, касаются внешним образом. Найдите радиус третьей окружности, которая касается двух данных окружностей и их общей внешней касательной.

17. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B. Известно, что расстояние между центрами равно a причем $r < R$ и $r + R < a$. Найдите AB.

18. Окружность S проходит через вершину C прямого угла и пресекает его стороны в точках, удаленных от вершины C на расстояния 6 и 8. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающийся окружности S.

19. Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

20. Окружность радиуса $6\sqrt{2}$ вписана в прямой угол. Вторая окружность также вписана в этот угол и пересекается с первой в точках M и N. Известно, что расстояние между центрами окружностей равно 8. Найдите MN.

21. Дана окружность радиуса 4 с центром в точке O, расположенной на биссектрисе угла, равного 60°. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся данной окружности внешним образом, если известно, что расстояние от точки O до вершины угла равно 10.

22. Точки A и B лежат на окружности с центром O и радиусом 6, а точка C равноудалена от точек A, B и O. Другая окружность с центром Q и радиусом 8 описана около треугольника ACO.

а) Докажите, что точка пересечения прямых AB и CQ лежит на окружности, описанной около треугольника OCB.

б) Найдите длину отрезка QB.

23. Две окружности касаются внешним образом в точке A, через которую проведена их общая касательная, на которой отмечена точка B. Через точку B проведены две прямые: одна пересекает первую окружность в точках K и L (точка K находится между B и L), а другая — вторую окружность в точках M и N (точка M находится между B и N). Прямые KN и LM пересекаются в точке P.

а) Докажите, что точки K, L, M, N лежат на одной окружности.

б) Найдите отношение площадей треугольников KLP и MNP, если $BL = 9$, $BM = 5$, $AB = 6$.