**1.** Найдите все значения $k$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{6k-(2-3k)\cos t}{\sin t-\cos t}=2$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[0;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

**2.** Найдите все значения $a$, для каждого из которых уравнение $\log_{1-x}(a-x+2)=2$ имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $[-1;\ 1)$.

**3.** Найдите все значения $a$, при которых уравнение

$$\begin{gathered}(\log_8(x+a)-\log_8(x-a))^2-\\-12a(\log_8(x+a)-\log_8(x-a))+\\+35a^2-6a-9=0\end{gathered}$$

имеет ровно два решения.

**4.** Найдите наименьшее натуральное значение $a$, при котором расстояние между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $(x-a+4)(x^2-ax+4a-17)=0$ не меньше 9.

**5.** Найдите все значения $a$, при которых уравнение

$$(x^2+2x+2a)^2=5x^4+5(x+a)^2.$$

имеет единственное решение на отрезке $[0;\ 2]$.

**6.** Найдите все значения $a$, при которых уравнение

$$(x^2-x-a)^2=2x^4+2(x+a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[-1;\ 1]$.

**7.** Найдите все значения $a$, при каждом из которых уравнение

$$4(ax-x^2)+\frac{1}{ax-x^2}+4=0$$

имеет ровно два различных корня на промежутке [-1; 1).

**8.** При каких значениях параметра $a$ уравнение

$$\frac{x^2-2x+a^2-4a}{x^2-a}=0$$

имеет ровно 2 различных решения.

**9.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2-4x+a}{5x^2-6ax+a^2}=0$$

имеет ровно два различных решения.

**10.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{2a-x^2-3x}{x+a^2}=0$$

имеет ровно два различных корня.

**11.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2-4x+a}{x^2-6ax+5a^2}=0$$

имеет ровно два различных решения.

**12.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых множество значений функции

$$y=\frac{5a+150x-10ax}{100x^2+20ax+a^2+25}$$

содержит отрезок [0; 1].

**13.** Найдите значения параметра $a$, при которых уравнение

$$\cos^2 x-a^2\cos x+\\+\left(a^2-a+\frac{1}{2}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)=0$$

имеет ровно одно решение на промежутке $\left(-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right]$.

**14.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2-a^2}{x^2+8x+16-a^2}=0$$

имеет ровно два различных корня.

**15.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{4x^2-a^2}{x^2+6x+9-a^2}=0$$

имеет ровно два различных корня.

**16.** Найти все значения параметра $a$, при которых уравнение

$$\frac{(x^2-4x+a)^3}{2}=(a-4x)\left(3x^4+(a-4x)^2\right).$$

имеет единственное решение на промежутке $(-2-\sqrt{2};0]$.

**17.** Найдите все значения параметра $a$, при которых уравнение

$$(x^2-5+\ln(x-a))^2=(x^2-5)^2+\ln^2(x-a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 3].

**18.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{a\cdot 25^{x^2-1}+15^{x^2}}{2\cdot 9^{x^2}-15^{x^2}}=1$$

имеет хотя бы одно решение.

**19.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$(\operatorname{ctg}x+3)^2+2a^3+\\+3a^2=(a^2+2a+3)(\operatorname{ctg}x+3)$$

имеет ровно 2 решения на интервале $\left(-\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

**20.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^3+2ax^2-4a}{ax^2+x-3a}=0$$

имеет ровно два различных корня.

**21.** Найдите все значения параметра $p$, при каждом из которых уравнение

$$36\cdot\sin\left(\arcsin\frac{x}{36}\right)=\frac{(x-p)^2}{4}$$

имеет единственный корень.

**22.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$x^4-2x^3-4x^2+10x-$$
$$-5-2ax+6a-a^2=0$$

имеет не более трех решений.

**23.** Найдите все значения параметра $a$, при которых уравнение

$$\frac{a^2-3x^2+2ax+2a+8x+1}{(\sqrt{2x+1})^2}=\log_p p,$$

где $p=\dfrac{5}{3}-\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{a^2}{6}$, имеет ровно один корень.

**24.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\log_{2x}^2(4ax-a^2+1)-2\log_{2x}(4ax-a^2+1)=0$$

имеет более двух корней.

**25.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение:

$$\frac{2a^2+3ax+(4-3x)\cdot\log_2 x-2a(\log_2 x+2)}{x^2-3x}=0$$

имеет хотя бы один корень на промежутке [0,5; 4].

**26.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$(x-a)^2\cdot(a(x-a)^2-a-1)=-1$$

имеет больше положительных корней, чем отрицательных.

**27.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{9(a-x)(a+x)}{\lg(x+2)}=\frac{x^3(x-6)}{\lg(x+2)}$$

имеет ровно 2 корня.

**28.** Найдите все значения параметра $a$, при которых уравнение

$$\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2}\cdot\log_3(a-2x)=-\log_3(a-2x)$$

имеет единственный корень на отрезке [−2; 0].

**29.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение $(x^2-6)(3-2x)=a$ имеет три различных решения.

**30.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$1+$$
$$+\log_2(2x^2+ax-a^2)=\log_2(x^2-ax+3x+3a-2a^2)$$

имеет хотя бы одно решение.

**31.** Найдите все ненулевые значения параметра $a$, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}|a|^y-\dfrac{5(y+5)}{a^4}=\dfrac{x^2-8x}{4a^4}\\ \sqrt{2x+y}=0,5x\end{cases}$$

имеет ровно три решения.

**32.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2-a^2}=\sqrt{3x^2-(3a+1)x+a}$$

имеет один корень на отрезке [0; 1].

**33.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$3x\sin x-2x\cos x=ax$$

имеет ровно два решения на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right]$.

**34.** Найдите все значения параметра $p$, при каждом из которых уравнение $8\sin^3 x=p+9\cos 2x$ не имеет решений.

**35.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{2ax-a\pi}{2x-\pi}=5\sin^4 x+2\sin^3 x-\sin^2 x-1$$

не имеет корней на отрезке $[-\pi;\pi]$.

**36.** Найдите все значения параметра $p$, при каждом из которых уравнение

$$4^x+2^{x+2}+7=p-4^{-x}-2\cdot 2^{1-x}$$

имеет решение.

**37.** Найдите все значения $a$, при каждом из которых уравнение $(a-1)\cdot 25^x+(2a-14)\cdot 15^x=(3a-15)\cdot 9^x$ имеет единственный корень.

**38.** Найдите все значения $a$, при каждом из которых уравнение $\log_3 x-\log_{\frac{1}{3}}|x-6|=\log_{\sqrt{3}}(\log_9 a)$ имеет три различных корня.

**39.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$16^x-3\cdot 2^{3x+1}+2\cdot 4^{x+1}-$$
$$-(4-4a)\cdot 2^{x-1}-a^2+2a-1=0$$

имеет три различных корня.

**40.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение $x-3+\frac{1}{x^2}=ax$ имеет ровно три различных корня.

**41.** Найдите все значения параметра $a$, такие, что каждый корень уравнения $2x^4-\frac{4}{3}a^3=7a^2+6a-16\sin|x|$ является корнем данного уравнения только при одном значении параметра.

**42.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение $2\sqrt{x-1}+\sqrt{3}\sqrt{x-2}=ax+2$ имеет единственное решение.

**43.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$x^2+2ax+2x+a^2+2a-5=2f\left(\frac{1}{x}\right),$$

где $f(t)=\frac{\sqrt[3]{(27t^2+4)(t+2)+32t}}{t-\sqrt{t^2}}$, имеет единственное решение.

**44.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{2}{16^x}-\frac{1}{8^x}-\frac{a+8}{4^x}+$$
$$+\frac{4-2a}{2^x}-a^2+4a+5=0$$

имеет ровно два решения.

**45.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение $16x^2(x-1)=(2x^2-a)(a+2x^2)$ имеет ровно два корня.

**46.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение:

$$\frac{\log_{2025}(x^2+(2a+1)x+a^2+a+2026)-\log_{2025}(2x^2+x+a^2-a+2025)}{\sqrt{3x-a+2025}\cdot\log_{2025}(2x+a-3)}=0$$

имеет единственный корень.

**47.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\frac{a^2-2a\cdot(\cos x+2)+\cos^2 x+4\cos x+3}{\sin x}=0$$

имеет ровно три различных корня на отрезке $\left[-\pi;\,\frac{3\pi}{2}\right]$.

**48.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых уравнение

$$\begin{aligned}ax^4-2x^3+(a^3-a)x^2-(2a^2-2)x=-\\-ax^3+2x^2-(a^3-a)x+2a^2-2\end{aligned}$$

имеет ровно 2 решения.