

1. Плоскость  $\alpha$  пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 8. Плоскость  $\beta$ , параллельная плоскости  $\alpha$ , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 5.

- Докажите, что сечение шара плоскостью  $\alpha$  есть круг.
- Найдите площадь сечения большего шара плоскостью  $\alpha$ .

2. Радиус основания конуса с вершиной  $P$  равен 6, а длина его образующей равна 9. На окружности основания конуса выбраны точки  $A$  и  $B$ , делящие окружность на две дуги, длины которых относятся как 1 : 3.

- Докажите, что угол  $\angle APB$  меньше  $60^\circ$ .
- Найдите площадь сечения конуса плоскостью  $ABP$ .

3. Плоскость  $\alpha$  пересекает плоскости нижнего и верхнего оснований цилиндра по прямым  $BC$  и  $AD$  соответственно, причем  $AD : BC = 5 : 4$ , а ось цилиндра — в точке  $E$  и делит отрезок, соединяющий центры оснований цилиндра, в отношении 2 : 1, считая от нижнего основания.

- Прямая  $DE$  пересекает плоскость нижнего основания в точке  $P$ . Докажите, что боковая поверхность цилиндра делит отрезок  $DP$  в отношении 2 : 1.
- Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью  $\alpha$ , если радиус основания цилиндра равен  $\sqrt{7}$ , а высота цилиндра равна  $\sqrt{6}$ .