А. Ларин: Тренировочный вариант № 149.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $2^{|x-2|\sin x}=(\sqrt{2})^{x|\sin x|}$.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

2. В правильной четырехугольной пирамиде $FABCD$ с основанием $ABCD$ все ребра равны 5. Точки M, N лежат на ребрах BC и CD соответственно, причем $CM = 3$, $DN = 2$.

Плоскость α проходит через точки M, N и параллельна прямой FC.

а) Докажите, что плоскость α перпендикулярна ребру AF.

б) Вычислите площадь сечения пирамиды плоскостью α.

3. Решите неравенство $2\log_{x+4}(2x+7)\cdot\log_{4x^2+28x+49}(2-x)+\log_{\frac{1}{x+4}}(x^2-5x+6)\geqslant 0.$

4. Через вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ со сторонами $AB = 3$ и $BC = 5$ проведена окружность, пересекающая прямую BD в точке E, причем $BE = 9$.

а) Докажите, что $BE > BD$.

б) Найдите диагональ BD.

5. Автофургон грузоподъемностью 339 кг перевозит ящики с виноградом и яблоками. Вес и стоимость ящика с виноградом составляют 15 кг и 10 у. е., ящика с яблоками — 27 кг и 8 у. е. соответственно. Известно, что количество загруженных на автофургон ящиков с виноградом составляет не более 70% от количества загруженных ящиков с яблоками. Определите наибольшую возможную суммарную стоимость всех ящиков с виноградом и яблоками, перевозимых автофургоном при данных условиях.

6. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases}|x+a|+|y-a|+|a+1+x|+|a+1-y|=2,\\ y=2|x-4|-5\end{cases}$$

имеет единственное решение?

7. а) Можно ли занумеровать рёбра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров рёбер, которые в ней сходятся, была одинаковой?

б) Аналогичный вопрос, если расставлять по рёбрам куба числа –6, –5, –4, –3, –2, –1, 1, 2, 3, 4, 5, 6.