

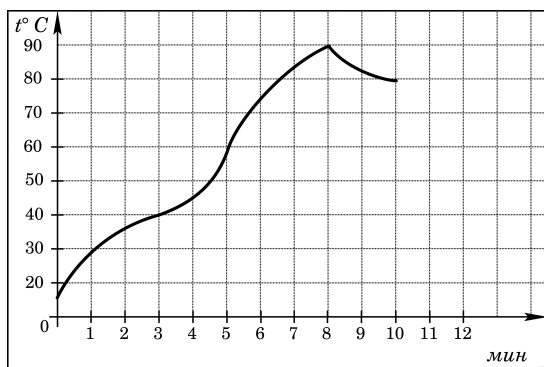
ЕГЭ по математике 28.03.2016. Досрочная волна, вариант 101

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

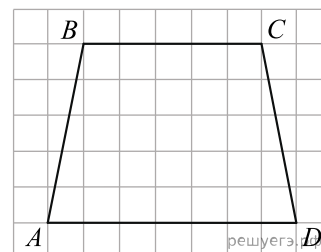
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Бегун пробежал 400 метров за 45 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна. Ответ выразите в километрах в час.

2. На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, до скольких градусов Цельсия двигатель нагрелся за первые 8 минут с момента запуска.



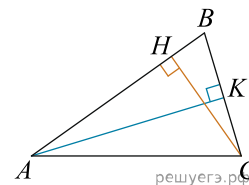
3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



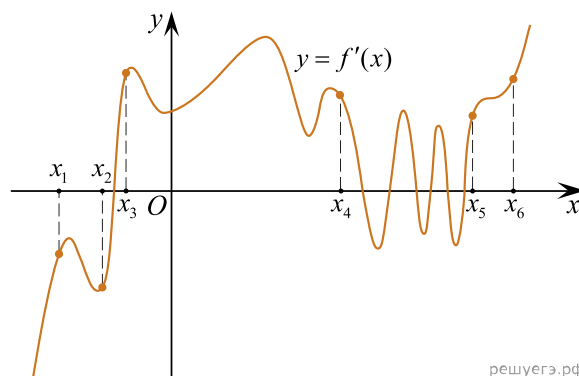
4. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,35. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

5. Найдите корень уравнения $\log_7(13 - 3x) = 2$.

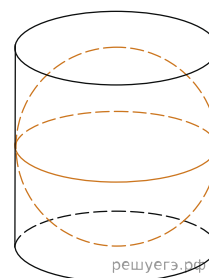
6. У треугольника со сторонами 12 и 15 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 10. Найдите длину высоты, проведённой ко второй стороне.



7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \dots, x_6$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



8. Шар вписан в цилиндр объемом 42. Найдите объем шара.



9. Найдите значение выражения $0,75^{\frac{1}{8}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 12^{\frac{7}{8}}$.

10. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1,1 километра, приобрести скорость 110 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

11. Первая труба заполняет бассейн за 7 часов, а две трубы вместе — за 5 часов 50 минут. За сколько часов заполняет бассейн одна вторая труба?

12. Найдите точку максимума функции $y = (2x - 1) \cos x - 2 \sin x + 5$ на промежутке $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

13. а) Решите уравнение $27^x - 5 \cdot 9^x - 3^{x+2} + 45 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 4; \log_3 10]$.

14. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро $AA_1 = \sqrt{6}$. На рёбрах AB , $A_1 D_1$ и $C_1 D_1$ отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = A_1 N = C_1 K = 1$.

а) Пусть L — точка пересечения плоскости MNK с ребром BC . Докажите, что $MNKL$ — квадрат.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

15. Решите неравенство $(3x + 7) \cdot \log_{2x+5}(x^2 + 4x + 5) \geq 0$.

16. Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , I — центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$.

- Докажите, что точка I лежит на окружности, описанной около треугольника BOC .
- Найдите угол OIH , если $\angle ABC = 75^\circ$.

17. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 15 млн рублей.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{x+4}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковой суммой чисел.

- Является ли множество $\{100; 101; 102; \dots; 199\}$ хорошим?
- Является ли множество $\{2; 4; 8; \dots; 2^{200}\}$ хорошим?
- Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества $\{3; 4; 5; 6; 8; 10; 12\}$?