

А. Ларин: Тренировочный вариант № 146.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\frac{1+\sqrt{3}}{2} \sin 2x = (\sqrt{3}-1) \cos^2 x + 1$.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

2. Треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ с нижним основанием ABC и боковыми ребрами AA_1 , BB_1 , CC_1 рассечена плоскостью, проходящей через точки E , F , C , где точка E является серединой ребра AA_1 , точка F лежит на ребре BB_1 , причем $BF : FB_1 = 1 : 2$.

а) Докажите, что объем части призмы $ABCA_1B_1C_1$, заключенный между секущей плоскостью и нижним основанием этой призмы составляет $\frac{5}{18}$ объема призмы.

б) Найдите угол между нижним основанием призмы и плоскостью сечения, если призма $ABCA_1B_1C_1$ — правильная и все ее ребра равны между собой.

3. Решите неравенство $\frac{1}{2} \log_{x-1}(x^2 - 8x + 16) + \log_{4-x}(-x^2 + 5x - 4) > 3$.

4. Прямая, параллельная гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC , пересекает катет AC в точке D , катет BC — в точке E , причем $DE = 2$ и $BE = 1$. На гипотенузе взята точка F так, что $BF = 1$, величина угла FCB равна 30° .

а) Докажите, что треугольник BFE равносторонний.

б) Найдите площадь треугольника ABC .

5. Колхоз арендовал два экскаватора. Аренда первого экскаватора стоит 60 рублей в день, производительность его в мягком грунте составляет 250 м^3 в день, в твердом грунте — 150 м^3 в день. Аренда второго экскаватора стоит 50 рублей в день, его производительность в мягком грунте 480 м^3 в день, а в твердом — 100 м^3 в день. Первый проработал несколько полных дней и вырыл 720 м^3 . Второй за несколько полных дней вырыл 330 м^3 . Сколько дней работал каждый экскаватор, если колхоз заплатил за аренду не более 300 рублей.

6. При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} 2|x - a + 3| + |2y + a| = 4, \\ (x - y + 3)(x - y + 6) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два решения?

7. Из целых чисел от 1 до 100 удалили k чисел. Обязательно ли среди оставшихся чисел можно выбрать k различных чисел с суммой 100, если

а) $k = 9$;

б) $k = 8$?