

А. Ларин: Тренировочный вариант № 144.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $(\cos 2x - 1)^2 = 10 \sin^2 x - 4$.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $PABC$ (P — вершина) точка K — середина AB , точка M — середина BC , точка N лежит на ребре AP , причем $AN : NP = 1 : 3$.

а) Докажите, что сечением пирамиды плоскостью, проходящей через точки N, K, M , является равнобедренная трапеция.

б) Найдите угол между плоскостями NKM и ABC , если известно, что $AB = 6, AP = 8$.

3. Решите неравенство $\log_2(5-x)\log_2(x+1) \leq \log_2 \frac{(x^2 - 4x - 5)^2}{16}$.

4. Две окружности касаются внутренним образом в точке A так, что меньшая окружность проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке K . Прямые AB и AC вторично пересекают меньшую окружность в точках P и M соответственно.

а) Докажите, что $PM \parallel BC$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $PM = 12$, а радиус большей окружности равен 20.

5. В мебельный магазин поступили столы и стулья. Количество столов составляет 42% от числа стульев.

Когда было продано 78% столов и 62% стульев, то столов осталось менее 300 штук, а стульев — более 200.

Сколько столов и сколько стульев поступило в магазин?

6. Найдите все значения a , при каждом из которых множество решений неравенства $|x-a| + |x+3a| \geq x^2 + a^2$ содержит ровно четыре целых значения x .

7. а) Решите в целых числах уравнение $19x + 97y = 4$.

б) Решите в целых числах уравнение $19x + 97y + xy = 4$.

в) Решите в натуральных числах уравнение $19x + 97y = 4xy$.