

А. Ларин: Тренировочный вариант № 142.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $4^{\sin x \cdot \operatorname{tg} x} \cdot 2^{\frac{1}{\cos x}} = 8^{\operatorname{tg} x}$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[2, 5\pi; 4\pi]$.

2. Через ребро BC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ под углом 60° к плоскости ABC проведена плоскость α . Известно, что площадь сечения призмы плоскостью α равна $14\sqrt{3}$, а высота призмы равна 3.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро A_1B_1 в отношении $1 : 3$, считая от точки B_1 .

б) Найдите объем меньшей части, отсекаемой от призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α .

3. Решите неравенство $\frac{(3^x - 3)^3}{2 \cdot 3^x - 4} \leq \frac{27^x - 2 \cdot 3^{2x+1} + 3^{x+2}}{3^x - 9^x + 2}$.

4. В окружности проведены хорды AC и BD , пересекающиеся в точке O , причем касательная к окружности, проходящая через точку C , параллельна BD .

а) Докажите, что $DC^2 = AC \cdot CO$.

б) Найдите площадь треугольника CDO , если известно, что $AB : BO = 3 : 1$, а площадь треугольника ACD равна 36.

5. Саша положил некоторую сумму в банк на 4 года под 10% годовых. Одновременно с ним Паша такую же сумму положил на два года в другой банк под 15% годовых. Через два года Паша решил продлить срок вклада еще на 2 года. Однако к тому времени процентная ставка по вкладам в этом банке изменилась и составляла уже $p\%$ годовых. В итоге через четыре года на счету у Паши оказалась большая сумма, чем у Саши, причем эта разность составила менее 10% от суммы, вложенной каждым первоначально. Найдите наибольшее возможное целое значение процентной ставки.

6. Для каждого a определите наибольшее значение функции $f(x) = x^3 - 3ax^2$ на отрезке $[-2; 2]$.

7. а) Среди 9 монет одинакового достоинства одна фальшивая — ее вес меньше, чем у настоящих. Как при помощи двух взвешиваний на чашечных весах без гирь выделить фальшивую монету?

б) Известно, что среди гирь достоинством 1 кг, 2 кг, 3 кг и 5 кг одна гиря отличается по весу от маркировки, указанной на ней. Можно ли при помощи двух взвешиваний на чашечных весах без гирь выделить «неправильную» гирю?

в) Среди 12 монет одинакового достоинства одна фальшивая — ее вес отличается от веса настоящих, но неизвестно, легче она настоящих или тяжелее. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно выделить фальшивую монету и при этом установить, легче она или тяжелее настоящих?