

ЕГЭ по математике 23.06.2026. Основная волна, резервный день. Санкт-Петербург. Вариант 512

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение: $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{2 \sin 2x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.

2. В прямой треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ в основании лежит равнобедренный прямоугольный треугольник с прямым углом B и с катетами, равными 6. Боковые рёбра призмы равны 6. На рёбрах AA_1 и CC_1 отмечены точки M и N соответственно, причём $AM = 2$, $CN = 1$.

а) Докажите, что плоскость MNB_1 разбивает призму на два многогранника, объёмы которых равны.

б) Найдите объём тетраэдра $MNB B_1$.

3. Решите неравенство $\log_2 \left(\frac{3}{x} + 2\right) - \log_2(x + 3) \leq \log_2 \left(\frac{x + 4}{x^2}\right)$.

4. В июле 2026 года Николай планирует открыть накопительный счет на три года. Условия по этому счету таковы:

- 1 июля 2026 года Николай помещает на счет некоторую сумму денег;
- 30 июня каждого года сумма на счете увеличивается на 25% по сравнению с суммой, находящейся на счете 29 июня;
- 1 июля 2027, 2028 и 2029 годов Николай снимает со счета одну и ту же фиксированную сумму;
- после 1 июля 2029 года на счете не должно остаться денег.

Сколько рублей сняли со вклада за все 3 года, если эта величина превышает изначальный вклад на 393 000 рублей?

5. В треугольнике ABC угол ABC равен 60° . Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны AC в точке M .

а) Докажите, что отрезок BM не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.

б) Найдите $\sin \angle BMC$, если известно, что отрезок BM в $\frac{7}{3}$ раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{1 - 2x} = a - 7|x|$ имеет более двух корней.

7. На доске записано некоторое натуральное число N . Учитель по очереди вызывает учеников, которые выполняют с любым из уже записанных на доске чисел одно из следующих действий:

- умножить число на 4;
- прибавить к числу 12;
- если число не равно 9, то вычеркнуть из числа цифру 9.

Затем каждый из учеников записывает новое число на доску.

а) Можно ли за несколько действий получить из числа 47 число 2?

б) Можно ли за несколько действий получить из числа 7 число 77?

в) Какое наибольшее количество чисел, меньших 2015, может быть записано на доске, если $N = 3$.