А. Ларин. Тренировочный вариант № 539.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\dfrac{2\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x-1}{\sqrt{-\cos x}}=0.$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

2. В основании пирамиды *SABCDEF* лежит правильный шестиугольник *ABCDEF* со стороной 4. Точка *S* расположена вне плоскости основания так, что $\cos\angle SBF=\cos\angle SBD=\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$, а объем пирамиды равен $48\sqrt{3}$.

а) Докажите, что прямые *SB* и *AC* перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми *SB* и *AC*.

3. Решите неравенство: $\log_{x-3}(x^3-10x^2+31x-30)\leqslant\log_{x-3}(x-2)$.

4. В июле 2027 года планируется взять кредит в банке на сумму 1 000 000 рублей на шесть лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на *r*% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь 2028 года необходимо выплатить 200 000 рублей;

— в последующие пять лет (2029–2033) долг должен уменьшаться равномерно на одну и ту же величину каждый год по сравнению с июлем предыдущего года;

— к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите *r*, если известно, что общая сумма выплат составила 1 370 000 рублей.

5. Точки *M* и *N* — середины сторон соответственно *AB* и *AC* треугольника *ABC*. Прямая, проходящая через вершину *A*, пересекает отрезки *MN* и *BC* в точках *K* и *L* соответственно, причем в четырехугольник *BMKL* можно вписать окружность.

а) Докажите, что периметр треугольника *AMK* вдвое больше отрезка *BL*.

б) Найдите *AL*, если $AB=12$, $BC=16$, $AC=20$.

6. Найдите все значения параметра *a*, при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^4+a^4}{a^2x^2}-\frac{3x^2+3a^2}{ax}+4=a$$

имеет ровно два различных решения.

7. На доске написано *n* различных натуральных чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Обозначим их произведение через *P*, а их сумму через *S*.

а) Может ли выполняться равенство $P=4S$, если $n=3$?

б) Может ли выполняться равенство $P=4S$, если $n=5$?

в) Найдите все значения *n*, при которых может выполняться равенство $P=4S$.