

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x - 1}{\sqrt{-\cos x}} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

2. В основании пирамиды $SAB CDEF$ лежит правильный шестиугольник $ABCDEF$ со стороной 4. Точка S расположена вне плоскости основания так, что $\cos \angle SBF = \cos \angle SBD = \frac{2\sqrt{3}}{5}$, а объем пирамиды равен $48\sqrt{3}$.

а) Докажите, что прямые SB и AC перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми SB и AC .

3. Решите неравенство: $\log_{x-3}(x^3 - 10x^2 + 31x - 30) \leq \log_{x-3}(x - 2)$.

4. В июле 2027 года планируется взять кредит в банке на сумму 1 000 000 рублей на шесть лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь 2028 года необходимо выплатить 200 000 рублей;

— в последующие пять лет (2029–2033) долг должен уменьшаться равномерно на одну и ту же величину каждый год по сравнению с июлем предыдущего года;

— к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат составила 1 370 000 рублей.

5. Точки M и N — середины сторон соответственно AB и AC треугольника ABC . Прямая, проходящая через вершину A , пересекает отрезки MN и BC в точках K и L соответственно, причем в четырехугольник $BMKL$ можно вписать окружность.

а) Докажите, что периметр треугольника AMK вдвое больше отрезка BL .

б) Найдите AL , если $AB = 12$, $BC = 16$, $AC = 20$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^4 + a^4}{a^2 x^2} - \frac{3x^2 + 3a^2}{ax} + 4 = a$$

имеет ровно два различных решения.

7. На доске написано n различных натуральных чисел x_1, x_2, \dots, x_n . Обозначим их произведение через P , а их сумму через S .

а) Может ли выполняться равенство $P = 4S$, если $n = 3$?

б) Может ли выполняться равенство $P = 4S$, если $n = 5$?

в) Найдите все значения n , при которых может выполняться равенство $P = 4S$.