

А. Ларин: Тренировочный вариант № 141.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\frac{1 - 4 \cos x}{3 + 4 \cos x} = \operatorname{tg}^2 x$.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left(\frac{3\pi}{4}; 3\pi\right)$.

2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра равны между собой. Через центр верхнего основания призмы и середины двух ребер нижнего основания проведена плоскость β .

а) Найдите угол, который образует плоскость β с плоскостью ABC .

б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью β , если известно, что ребро призмы равно 6.

3. Решите неравенство $\log_x(\log_2(4^x - 6)) \leq 1$.

4. В ромб вписана окружность Θ . Окружности w_1 и w_2 (разного радиуса) расположены так, что каждая касается окружности Θ и двух соседних сторон ромба.

а) Докажите, что площадь круга, ограниченного окружностью Θ , составляет менее 80% площади ромба.

б) Найдите отношение радиусов окружностей w_1 и w_2 , если известно, что диагонали ромба относятся, как 1 : 2.

5. Эльвира взяла в кредит 1 млн. рублей на срок 36 месяцев. По договору она должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Эльвирой банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Эльвирой, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. На сколько тысяч рублей больше Эльвира выплатит банку в течение первого года кредитования, нежели в течение третьего года?

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_3(ax^3 + a) - 2\log_3\sqrt{x+1} = \log_3 x$$

имеет хотя бы один действительный корень.

7. а) В клетках таблицы 3×3 расставлены числа $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$. Рассмотрим восемь сумм: суммы трёх чисел в каждой строке, каждом столбце и по двум диагоналям. Могут ли все эти суммы оказаться одинаковыми?
- б) В клетках таблицы 3×3 расставлены числа $-1, 0$ и 1 (каждое из этих чисел встречается хотя бы один раз). Рассмотрим восемь сумм: суммы трёх чисел в каждой строке, каждом столбце и по двум диагоналям. Могут ли все эти суммы оказаться различными?
- в) В клетках таблицы 3×3 расставлены девять различных натуральных чисел. Рассмотрим восемь произведений: произведения трёх чисел в каждой строке, каждом столбце и по двум диагоналям. Могут ли все эти произведения оказаться одинаковыми?