

А. Ларин: Тренировочный вариант № 139.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\sqrt{15 \cdot 2^{\sin x} - 4} = 3 \cdot 2^{\sin x}$.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. В основании пирамиды $PABCD$ лежит равнобедренная трапеция с острым углом 45° . Боковые грани PAB и PCD перпендикулярны основанию пирамиды.

а) Докажите, что плоскости PAB и PCD перпендикулярны.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если известно, что $BC = 6$, $AD = 12$, а объем пирамиды равен 27.

3. Решите неравенство $\frac{\log_{x+0,5}(4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8)}{\log_{\sqrt{x+0,5}} 2} \leq x$.

4. В остроугольном неравнобедренном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Точки A_2 и C_2 симметричны середине стороны AC относительно прямых BC и AB соответственно.

а) Докажите, что отрезки AA_2 и C_1C_2 лежат на параллельных прямых.

б) Найдите расстояние между точками A_2 и C_2 , если известно, что $AB = 7$, $BC = 6$, $CA = 5$.

5. Груз вначале погрузили в вагоны вместимостью по 80 тонн, но один вагон остался загружен не полностью. Тогда весь груз переложили в вагоны вместимостью по 60 тонн. При этом понадобилось на 8 вагонов больше, и все равно один вагон остался загружен не полностью. Наконец, груз переложили в вагоны вместимостью по 50 тонн. При этом понадобилось еще на 5 вагонов больше, и все вагоны оказались полностью загруженными. Сколько было тонн груза?

6. График функции $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, $c < 0$, пересекает ось ординат в точке A и имеет ровно две общие точки M и N с осью абсцисс. Прямая, касающаяся этого графика в точке M , проходит через точку A . Найдите a , b и c , если площадь треугольника AMN равна 1.

7. а) В городе Глупове каждый житель — полицейский, вор или обыватель. Полицейские всегда врут обывателям, воры — полицейским, а обыватели — вора, а во всех остальных случаях жители города говорят правду. Однажды, когда несколько глуповцев водили хоровод, каждый сказал своему соседу справа: «Я — полицейский». Сколько в этом хороводе было обывателей?

б) За круглым столом сидят 10 человек, каждый из которых — одного из двух типов: лжец (всегда лжет) или рыцарь (всегда говорит правду). Каждый из них утверждает:

«Мои соседи слева и справа — разного типа». Сколько лжецов сидит за столом?

в) Хоккейная команда, насчитывающая 28 человек, состоит из рыцарей (всегда говорят правду) и лжецов (всегда лгут). Однажды каждый игрок сделал заявление. Первый сказал: «Количество рыцарей в команде делитель — 1». Второй сказал: «Количество рыцарей в команде — делитель 2» и так далее до 28-го, который сказал: «Количество рыцарей в команде — делитель 28». Определите, сколько в команде рыцарей.