

А. Ларин. Тренировочный вариант № 533.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение
$$\frac{\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{-\cos x}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

2. На окружности основания конуса с вершиной S отмечены точки A , B и C так, что отрезок AB — диаметр основания. Угол между образующей конуса и плоскостью его основания равен 45° .

а) Докажите, что $\sin^2 \frac{\angle ASC}{2} + \sin^2 \frac{\angle CSB}{2} = \frac{1}{2}$.

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости SBC , если радиус основания равен 5, а $\cos \angle ASC = 0,6$.

3. Решите неравенство: $\log_4(x^2 - 10x + 25) - \log_{0,5} \frac{x+2}{x-2} \leq \log_2 \frac{x^3 - 6x^2 - x + 30}{x-2}.$

4. Уважаемый предприниматель Арсен открыл на трассе М-4 два премиальных заведения: элитную шашлычную «Золотой шампур» и VIP-автомойку «Чистый Лев». На летние каникулы из родного аула к Арсену приехали 60 племянников, которых нужно пристроить к делу. Каждый день Арсен должен распределить всех 60 племянников между двумя бизнесами.

— Если на шашлычную отправлено x племянников, то из-за того, что они начинают спорить, чей маринад лучше, и постоянно отвлекаются на произнесение тостов за здоровье клиентов, ежедневная выручка (в тысячах рублей) вычисляется по формуле: $R_1(x) = 15x - 0,1x^2$.

— Если на автомойке работает y племянников, то из-за того, что они устраивают соревнования по лезгинке с активной пеной и бесплатно моют заниженные Приоры всех знакомых, выручка (в тысячах рублей) составляет: $R_2(y) = 21y - 0,2y^2$.

Как Арсен должен распределить племянников между шашлычной и автомойкой, чтобы суммарная ежедневная выручка была наибольшей и он быстрее накопил на новый «Гелендваген»? Какова будет эта максимальная выручка (в тысячах рублей)?

5. Первая окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$), касается боковой стороны AB в точке P , а основания BC — в точке M . Вторая окружность (вневписанная), касающаяся основания BC и продолжений боковых сторон, касается прямой AB в точке Q .

а) Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника PMQ , совпадает с вершиной B .

б) Найдите стороны треугольника ABC , если известно, что $PQ = 12$, а расстояние между центрами первой и второй окружностей равно 15.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$5^{x^2+a^2-24} - 5^{-2a\cos x} = (-2a\cos x)^5 - (x^2 + a^2 - 24)^5$$

имеет ровно один корень.

7. Дядя Вахид организует грандиозное застолье по случаю свадьбы племянника. Из своего сундука он выделил ровно 800 золотых монет на главные атрибуты праздника.

В прайс-листе лучшего тамады района есть три позиции:

- Шампуры с бараньим шашлыком (цена — 15 монет за штуку);
- Резные рога для долгих тостов (цена — 28 монет за штуку);
- Ручные кавказские орлы для красивых фотографий (цена — 71 монета за штуку).

Дядя Вахид чтит традиции, поэтому каждого пункта нужно заказать хотя бы по одному. Кроме того, как гласит неписаный закон гостеприимства: количество шампуров шашлыка должно быть строго больше количества рогов для тостов (чтобы гости сначала покушали, а потом пили), а количество рогов — строго больше количества орлов (иначе птицы перекричат всех во время тоста).

- а) Мог ли дядя Вахид заказать ровно 40 предметов суммарно?
- б) Мог ли дядя Вахид заказать ровно 30 предметов суммарно?
- в) Какое наименьшее количество шампуров шашлыка может заказать дядя Вахид, чтобы не нарушить древние законы гостеприимства?