А. Ларин. Тренировочный вариант № 533.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\dfrac{\cos\left(3x-\dfrac{\pi}{2}\right)+\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)+\sqrt{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{-\cos x}}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;-\dfrac{\pi}{2}\right]$.

2. На окружности основания конуса с вершиной S отмечены точки A, B и C так, что отрезок AB — диаметр основания. Угол между образующей конуса и плоскостью его основания равен 45°.

а) Докажите, что $\sin^2\dfrac{\angle ASC}{2}+\sin^2\dfrac{\angle CSB}{2}=\dfrac{1}{2}$.

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости SBC, если радиус основания равен 5, а $\cos\angle ASC=0,6$.

3. Решите неравенство: $\log_4(x^2-10x+25)-\log_{0,5}\dfrac{x+2}{x-2}\leqslant\log_2\dfrac{x^3-6x^2-x+30}{x-2}$.

4. Уважаемый предприниматель Арсен открыл на трассе М-4 два премиальных заведения: элитную шашлычную «Золотой шампур» и VIP-автомойку «Чистый Лев». На летние каникулы из родного аула к Арсену приехали 60 племянников, которых нужно пристроить к делу. Каждый день Арсен должен распределить всех 60 племянников между двумя бизнесами.

— Если на шашлычную отправлено x племянников, то из-за того, что они начинают спорить, чей маринад лучше, и постоянно отвлекаются на произнесение тостов за здоровье клиентов, ежедневная выручка (в тысячах рублей) вычисляется по формуле: $R_1(x)=15x-0,1x^2$.

— Если на автомойке работает y племянников, то из-за того, что они устраивают соревнования по лезгинке с активной пеной и бесплатно моют заниженные Приоры всех знакомых, выручка (в тысячах рублей) составляет: $R_2(y)=21y-0,2y^2$.

Как Арсен должен распределить племянников между шашлычной и автомойкой, чтобы суммарная ежедневная выручка была наибольшей и он быстрее накопил на новый «Гелендваген»? Какова будет эта максимальная выручка (в тысячах рублей)?

5. Первая окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$), касается боковой стороны AB в точке P, а основания BC — в точке M. Вторая окружность (вневписанная), касающаяся основания BC и продолжений боковых сторон, касается прямой AB в точке Q.

а) Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника PMQ, совпадает с вершиной B.

б) Найдите стороны треугольника ABC, если известно, что $PQ = 12$, а расстояние между центрами первой и второй окружностей равно 15.

6. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$5^{x^2+a^2-24}-5^{-2a\cos x}=(-2a\cos x)^5-(x^2+a^2-24)^5$$

имеет ровно один корень.

7. Дядя Вахид организует грандиозное застолье по случаю свадьбы племянника. Из своего сундука он выделил ровно 800 золотых монет на главные атрибуты праздника.

В прайс-листе лучшего тамады района есть три позиции:

— Шампуры с бараньим шашлыком (цена — 15 монет за штуку);

— Резные рога для долгих тостов (цена — 28 монет за штуку);

— Ручные кавказские орлы для красивых фотографий (цена — 71 монета за штуку).

Дядя Вахид чтит традиции, поэтому каждого пункта нужно заказать хотя бы по одному. Кроме того, как гласит неписаный закон гостеприимства: количество шампуров шашлыка должно быть строго больше количества рогов для тостов (чтобы гости сначала покушали, а потом пили), а количество рогов — строго больше количества орлов (иначе птицы перекричат всех во время тоста).

а) Мог ли дядя Вахид заказать ровно 40 предметов суммарно?

б) Мог ли дядя Вахид заказать ровно 30 предметов суммарно?

в) Какое наименьшее количество шампуров шашлыка может заказать дядя Вахид, чтобы не нарушить древние законы гостеприимства?