

А. Ларин. Тренировочный вариант № 527.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x \cos x + \sqrt{3}\sin^2 x - 2\cos x - \sqrt{3}}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания равна 10, а боковое ребро AA_1 равно 9. На ребре CC_1 отмечена точка M , причем $CM = 5$.

а) Точки O и O_1 — центры окружностей, описанных около треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ соответственно. Докажите, что прямая OO_1 содержит точку пересечения медиан треугольника ABM .

б) Найдите расстояние от точки A_1 до плоскости ABM .

3. Решите неравенство: $\log_{\frac{x^2}{4}} \frac{1}{(x-1)^4} + \log_{(x-1)^2} \frac{x^4}{16} \geq 0$.

4. Семен Моисеевич 6 марта 2025 года положил на вклад в банке 1 000 000 рублей под 21% годовых. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- 6 марта 2026 года банк увеличит вклад на 21%.

Моня Соломонович 6 марта 2025 года положил на вклад в банке также 1 000 000 рублей под $r\%$ годовых. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- через каждые 3 месяца (до 6 марта 2026 года) банк увеличивает сумму, к тому моменту находящуюся на вкладе, на $\frac{r}{4}$.

Известно, что Моня Соломонович через год получит со счета меньше, чем Семен Моисеевич. Найдите наибольшее целое значение r .

5. В окружности радиусом R проведены хорды KL и MN , перпендикулярные друг другу и пересекающиеся в точке F .

- а) Докажите, что при этих условиях выполняется равенство $KN^2 + ML^2 = 4R^2$.
- б) Найдите радиус окружности R , если $KF = 3$, $FM = 8$, $FN = 6$.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (3\sqrt{|x|} + |y| - 3) \cdot (|x| + 3|y| - 9) = 0, \\ (x - a)^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. В цифровом хранилище данные разбиты на несколько одинаковых по размеру дисков, но сейчас на них занято разное количество терабайт. Система может за одну операцию переместить любое количество данных с одного диска на другой.

а) Есть 4 диска, на которых занято 70, 78, 76, 72 ТБ. За какое наименьшее число операций перемещения данных можно уравнять объём занятого пространства на всех дисках?

б) Предположим, дисков 10. Всегда ли можно уравнять занятое пространство на всех дисках не более чем за 6 операций?

в) За какое наименьшее количество операций можно заведомо уравнять занятое пространство на 2026 дисках?