

**А. Ларин. Тренировочный вариант № 524.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\frac{1 - \sin x + \sqrt{3} \sin 2x}{2\sqrt{3} \cos x - 3} = \frac{1}{3} + \sin x$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right)$ .

2. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  через середину ребра  $B_1 C_1$  и центр грани  $ADD_1 A_1$  проходит плоскость  $\alpha$ , параллельная диагонали  $BD_1$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  проходит через середину ребра  $AB$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $ABB_1$  и плоскостью  $\alpha$ , если  $AB : AA_1 : BC = 1 : 2 : 3$ .

3. Решите неравенство:  $\log_{\frac{x^2 - 12x + 30}{10}} \left( \log_2 \frac{2x}{5} \right) > 0$ .

4. Планируется построить новый завод, который ежегодно будет выпускать  $x$  тыс. ед. продукции, причем затраты на производство этого количества продукции составят  $0,25x^2 + 5x$  миллионов рублей в год. Кроме того планируется, что транспортные расходы на доставку продукции до места реализации составят  $x + 24$  миллионов рублей в год. После продажи продукции ( $x$  тыс. ед.) по цене  $p$  тыс. руб. (где  $p$  — целое число) за единицу ежегодная прибыль завода (в миллионах рублей) составит разность между полученной суммой денег и суммарных затрат по производству продукции и транспортных расходов. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более, чем за 6 лет, если расходы по его строительству оцениваются в размере 150 миллионов рублей?

5. Из точки  $M$  вне окружности проведены касательные и секущая, причем точки касания и точки пересечения секущей с окружностью являются вершинами некоторой трапеции. Угол между касательными равен  $60^\circ$ .

а) Докажите, что диагональ трапеции равна отрезку касательной от точки  $M$  до точки касания.

б) Найдите отношение большего основания трапеции к меньшему.

6. Для каждого значения параметра  $a$  найдите все значения параметра  $b$ , для которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - \log_2(y - 1)) \cdot (y - 2 \ln^2 2 \cdot \log_2 x - 3) = 0, \\ y = ax + b \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. Два трехзначных числа, не имеющих нулевых цифр будем называть родственными, если у них одинаковые произведения цифр. Множество родственных чисел будем называть родом.

а) Может ли род иметь 10 членов?

б) Может ли род иметь 17 членов?

в) Сколько родов имеют три члена?