

А. Ларин. Тренировочный вариант № 517.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_{125}(5^{3x} + 2\cos^2 x - (\sqrt{3} + 12)\cos x + 6\sqrt{3}) = x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{11\pi}{2}; 7\pi\right]$.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны углы: $\angle C_1 A A_1 = \alpha$, $\angle C_1 A B = \beta$, $\angle C_1 A D = \gamma$.

а) Докажите, что $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

б) Найдите угол между прямой AC_1 и плоскостью $A_1 B_1 C_1$, если $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 45^\circ$.

3. Решите неравенство: $\sqrt{x^2 + 2\sqrt{x^2 - 1}} + \sqrt{x^2 - 2\sqrt{x^2 - 1}} \leq 2$.

4. В начале года за участие в инвестировании крупного проекта фирме был выделен пакет ценных бумаг. К концу каждого k -го года владения ценными бумагами их стоимость увеличивается и становится равной $10k$ условных денежных единиц. В конце k -го года после очередного увеличения стоимости ценных бумаг фирма имеет возможность продать весь пакет, а вырученную сумму вложить в банк, и тогда в конце следующего года вложенная сумма увеличится на 9%. В конце какого года фирме следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на счёте была наибольшей?

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC лежит на биссектрисе угла BAD и пересекается с диагональю BD в точке K .

а) Докажите, что треугольники ABC и BKC подобны.

б) Найдите KC , если $DC = 4$, $AK = 6$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \lg(2|x| + 3|y|) = \lg 6, \\ x^2 - 1 + a^2 = -y^2 + 2ay \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. В магазине продают квадратные и прямоугольные подносы, длины сторон которых выражаются натуральными числами. Для каждого квадратного подноса обязательно найдётся прямоугольный, равный ему по площади, но шириной на 8 меньше, чем сторона квадратного. И наоборот, для каждого прямоугольного подноса обязательно найдётся квадратный, равный ему по площади, со стороной на 8 больше, чем его ширина.

- а) Может в магазине продаваться прямоугольный поднос шириной 18?
- б) Может в магазине продаваться прямоугольный поднос длиной 32?
- в) Какое наибольшее количество подносов с различными сторонами может продаваться в магазине?