А. Ларин. Тренировочный вариант № 517.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_{125}(5^{3x}+2\cos^2 x-(\sqrt{3}+12)\cos x+6\sqrt{3})=x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{11\pi}{2};\,7\pi\right]$.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны углы: $\angle C_1AA_1=\alpha$, $\angle C_1AB=\beta$, $\angle C_1AD=\gamma$.

а) Докажите, что $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$.

б) Найдите угол между прямой AC_1 и плоскостью $A_1B_1C_1$, если $\beta = 60°$, $\gamma = 45°$.

3. Решите неравенство: $\sqrt{x^2+2\sqrt{x^2-1}}+\sqrt{x^2-2\sqrt{x^2-1}}\leqslant 2$.

4. В начале года за участие в инвестировании крупного проекта фирме был выделен пакет ценных бумаг. К концу каждого k-го года владения ценными бумагами их стоимость увеличивается и становится равной $10k$ условных денежных единиц. В конце k-го года после очередного увеличения стоимости ценных бумаг фирма имеет возможность продать весь пакет, а вырученную сумму вложить в банк, и тогда в конце следующего года вложенная сумма увеличится на 9%. В конце какого года фирме следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на счёте была наибольшей?

5. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC лежит на биссектрисе угла BAD и пересекается с диагональю BD в точке K.

а) Докажите, что треугольники ABC и BKC подобны.

б) Найдите KC, если $DC = 4$, $AK = 6$.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\lg(2|x|+3|y|)=\lg 6,\\ x^2-1+a^2=-y^2+2ay\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. В магазине продают квадратные и прямоугольные подносы, длины сторон которых выражаются натуральными числами. Для каждого квадратного подноса обязательно найдётся прямоугольный, равный ему по площади, но шириной на 8 меньше, чем сторона квадратного. И наоборот, для каждого прямоугольного подноса обязательно найдётся квадратный, равный ему по площади, со стороной на 8 больше, чем его ширина.

а) Может в магазине продаваться прямоугольный поднос шириной 18?

б) Может в магазине продаваться прямоугольный поднос длиной 32?

в) Какое наибольшее количество подносов с различными сторонами может продаваться в магазине?