

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin 3x - 3 \cos \left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 4$.
 б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.
2. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна d и образует с его двумя гранями углы, равные α , а с третьей — угол, равный β .
 а) Докажите, что $\sin^2 \beta = \cos 2\alpha$.
 б) Найдите объем параллелепипеда, если $d = 2\sqrt{2}$, $\alpha = \frac{\pi}{6}$.
3. Решите неравенство:

$$\sqrt{(x-2) \times (2^{2x} - 7 \cdot 2^x + 10)} \geq |x - 1| \left((2^{2x} - 7 \cdot 2^x + 10) + \frac{x-2}{|x-1|} \right)$$

4. 15 февраля 2027 года планируется взять кредит на срок 60 месяцев. Условия выплаты кредита следующие:
 - 1-го числа каждого месяца на оставшуюся сумму долга начисляются проценты в размере 5% от оставшейся суммы долга;
 - с 1-го по 15-е число каждого месяца должна быть произведена выплата;
 - каждый следующий месяц плата по долгам должна быть на одну и ту же сумму меньше предыдущей;
 - к концу срока кредит должен быть полностью выплачен.
 Известно, что общая сумма выплат за последний год составила 3180 тысяч рублей. Найдите размер кредита (в миллионах рублей).

5. В трапеции $ABCD$ точка пересечения диагоналей равноудалена от прямых, на которых лежат боковые стороны, большее основание $AD = 40$, $AB = 8\sqrt{2}$.

- а) Докажите, что трапеция $ABCD$ равнобедренная.
- б) Найдите расстояние от точки O пересечения диагоналей до точки K пересечения продолжений боковых сторон, если продолжения боковых сторон пересекаются под прямым углом.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2\sqrt{x-1} + \sqrt{3}\sqrt{x-2} = ax + 2$ имеет единственное решение.

7. В Тридевятом царстве в обращении находятся монеты трех видов: бронзовые рубли, серебряные монеты достоинством 9 рублей и золотые монеты достоинством 81 рубль. В казне находится неограниченный запас монет каждого вида.

- а) Каким наименьшим количеством монет может быть выдан вклад в 2021 рубль?
- б) Можно ли выдать вклад в 1955 рублей 25 монетами?
- в) Из казны, в которой содержится неограниченный запас монет каждого вида, 23 монетами выдана некоторая сумма, меньшая 700 рублей. Найдите эту сумму, если известно, что меньшим числом монет выдать ее невозможно.