

А. Ларин: Тренировочный вариант № 118.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\sqrt{\sin x \cdot \cos x} = -\cos x$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5}{2}\pi\right]$.

2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ $AB = 2$, $AA_1 = 3$.

а) Докажите, что прямые AC_1 и BE перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AC_1 и BE .

3. Решите неравенство: $\log_2^2 \frac{x-5}{x+2} - \log_2(x-5)^2 \cdot \log_{(x-5)^2} \frac{x-5}{x+2} \geq 0$.

4. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку A проведены диаметры AC и AD этих окружностей.

а) Докажите, что точки D , B и C лежат на одной прямой.

б) Найдите произведение $AD \cdot AC$, если известно, что $AB = 8$, а диаметр окружности, описанной около треугольника ADC , равен 10.

5. Наблюдая за курсом акций АО «Наш газ — для Вас», брокер заметил, что в понедельник стоимость этих акций всегда падает на 15%, во вторник — всегда растёт на 20%, в среду — всегда падает на 10%, в четверг — никогда не меняется, в пятницу — всегда растёт на 5%, в субботу и воскресенье торги не проводятся (Изменение стоимости в течение дня всегда происходит равномерно, причем цена продажи акций равна цене ее покупки в любой момент времени).

а) Как изменится стоимость акций за неделю (уменьшится, увеличится или останется на прежнем уровне)?

б) Какую наибольшую прибыль может получить брокер за неделю, покупая и продавая эти акции (это можно делать в любое время любого рабочего дня), если в начале недели он имеет 1 000 000 рублей?

6. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x(xy - x^2 + 6x - 9) = y(2x + y + 3), \\ 4(y - ax) = 3(4a - 3) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

7. Имеется набор отрезков, два самых коротких из них имеют длину 1, самый длинный имеет длину 45.

а) Может ли оказаться, что ни из каких трёх отрезков нельзя составить треугольник, если набор состоит из 5 отрезков?

б) Может ли оказаться, что ни из каких трёх отрезков нельзя составить треугольник, если набор состоит из 60 отрезков?

в) Какое наибольшее число отрезков может быть в наборе, чтобы ни из каких трёх нельзя было составить треугольник?