

А. Ларин: Тренировочный вариант № 116.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $(1 - \cos 2x) \cdot (\operatorname{ctg} x - \sqrt{3}) = 3 \sin x - \sqrt{3} \cos x$.

А) Решите уравнение.

Б) Найдите его корни, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = BC = 8$, $BB_1 = 6$. Точка K — середина ребра BB_1 , точка P — середина ребра $C_1 D_1$. Найдите:

а) площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки K и P параллельно прямой BD_1 ;

б) объем большей части параллелепипеда, отсекаемой от него этой плоскостью.

3. Решите неравенство $\log_x(1 - 2x) \leq 3 - \log_{\left(\frac{1}{x} - 2\right)} x$.

4. В треугольнике ABC проведена биссектриса CM , касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке P .

А) Докажите, что $BC : AC = CP : AP$.

Б) Найдите длину CP , если известно, что $AM = 5$, $BM = 4$.

5. Алексей вышел из дома на прогулку со скоростью v км/ч. После того, как он прошел 6 км, из дома следом за ним выбежала собака Жучка, скорость которой была на 9 км/ч больше скорости Алексея. Когда Жучка догнала хозяина, они повернули назад и вместе возвратились домой со скоростью 4 км/ч. Найдите значение v , при котором время прогулки Алексея окажется наименьшим. Сколько при этом составит время его прогулки?

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \frac{(y^2 + x^2 - 1)(y^2 - y + x^2 - x)}{\sqrt{y - x}} = 0, \\ y + x = a \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

7. На проекте «Вышка» каждый прыжок в воду оценивают пять судей. При этом каждый судья выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 6 включительно. Известно, что за прыжок Тимура Ласточкина все члены жюри выставили различные оценки. По старой системе оценивания итоговый балл за прыжок определялся как среднее арифметическое всех оценок судей. По новой системе оценивания итоговый балл вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и считается среднее арифметическое трех оставшихся оценок.

А) Может ли разность итоговых баллов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равной $1/10$?

Б) Может ли разность итоговых баллов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равной $1/15$?

В) Найдите наибольшее возможное значение разности итоговых баллов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.