

А. Ларин. Тренировочный вариант № 512.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sqrt{\operatorname{tg} x + \sin x} + \sqrt{\operatorname{tg} x - \sin x} = 2\sqrt{\operatorname{tg} x} \cdot \cos x$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

2. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки P, K, L — середины ребер $AA_1, A_1 D_1, B_1 C_1$ соответственно, точка Q — центр грани $CC_1 D_1 D$. Отрезок MN с концами на прямых AD и KL соответственно пересекает прямую PQ и перпендикулярен ей.

а) Докажите, что $AM : MD = 5 : 1$.

б) Найдите длину отрезка MN , если сторона куба равна 3.

3. Решите неравенство $\frac{\log_{4\sqrt{x}} 2}{\log_{2x} 2} + \log_{2x} 2 \cdot \log_{\frac{1}{2}} 2x \geq 0$.

4. Буратино и папа Карло планировали положить свои капиталы на общий счет в банк «Навроде» под 500% годовых, рассчитывая через год забрать вклад величиной S . Крах банка изменил их планы. Буратино подарил часть своих золотых папе Карло, а остальные положил в банк «Обирион», даже не поинтересовавшись процентной ставкой. Папа Карло присоединил полученные золотые к своему капиталу и сделал вклад в банк «Вампириал» под 50% годовых. Ровно через год они забрали свои вклады. Оказалось, что папа Карло получил $\frac{S}{6}$, а Буратино в три раза меньше. Какой процент годовых дает банк «Обирион»?

5. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с меньшей боковой стороной $AB = 4$ и $\angle ADC = \operatorname{arctg} 2$ из вершины D на диагональ AC опущен перпендикуляр DH . При этом треугольники ABC и DHA равны. Точки O_1 и O_2 — центры окружностей, вписанных в треугольники ABC и DHA .

а) Докажите, что прямая $O_1 O_2$ параллельна CD .

б) Найдите площадь четырехугольника $O_1 C D O_2$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin |\operatorname{arctg} x| + a \cdot \cos \frac{\operatorname{arctg} x}{2} = \frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}}$$

имеет хотя бы одно решение.

7. а) Существует ли возрастающая геометрическая прогрессия, состоящая из трех трехзначных натуральных чисел a, b, c , где $a < b < c$, у которых множества цифр одинаковые?

б) Три натуральных числа a, b, c образуют арифметическую прогрессию. Число a двузначное, число b получается, если цифры числа a поменять местами, число c получается, если между цифрами числа a вставить ещё одну цифру. Найдите числа a, b, c и разность прогрессии d .

в) На счетчике расхода воды 1 января стояло трехзначное число. 1 февраля цифры поменялись местами — первая стала третьей, вторая первой, а третья второй. 1 марта цифры опять поменялись местами таким же образом — первая стала третьей, вторая первой, а третья второй. При этом расход воды в январе и феврале был одинаковым. Найдите ежемесячный расход воды и показания счетчика с 1 января по 1 марта.