А. Ларин. Тренировочный вариант № 510.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\dfrac{\cos^4 x-\frac{1}{2}\sin^2 x}{\sqrt{\cos x}\cdot \operatorname{tg}\left(\dfrac{x}{8}-\dfrac{\pi}{32}\right)}=0.$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{\pi}{2}; 3\pi\right]$.

2. Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник ABC, $AB = BC$. Точка K — точка пересечения диагоналей грани ACC_1A_1, точка L делит ребро A_1B_1 так, что $A_1L : LB_1 = 3 : 1$, точка M делит ребро BC в отношении $CM : MB = 1 : 3$.

а) Докажите, что плоскость KML делит ребро BB_1 в отношении $9 : 1$, считая от точки B.

б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости KML, если $AB=BC=4\sqrt{5}$, $AA_1 = 20$, $AC = 16$.

3. Решите неравенство $(\sqrt{17}-4)^{\sqrt{x+3}}\cdot(\sqrt{17}+4)^{|x+3|-2}\geqslant 1.$

4. 15 января планируется взять кредит в банке на срок 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен уменьшаться по следующему принципу:

— в первые 3 месяца долг сокращается на x рублей каждый месяц,

— в следующие 3 месяца — на $2x$ рублей каждый месяц,

— в последние 3 месяца — на $3x$ рублей каждый месяц,

— до 14-го октября долг должен быть погашен полностью.

Известно, что общая сумма выплат превышает взятую сумму на 60%. Найдите r.

5. Точка F лежит на меньшей дуге BC окружности, описанной около квадрата $ABCD$, причем $\angle FCB=2\cdot\angle FBC$. Прямая AF пересекает сторону BC в точке T, а диагональ BD — в точке O.

а) Докажите, что $TO = TC$.

б) Найдите длину стороны квадрата, если $BO = 1$.

6. Найдите все возможные значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}|2x+3y|+|2x-3y|=7,\\ x^2+y^2=a^2-4-4y\end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

7. Абитуриенты сдавали экзамены в течение трех дней в одних и тех же аудиториях. Число экзаменовавшихся каждый день абитуриентов в каждой аудитории было равно числу аудиторий. Если бы экзамены проводились в другом корпусе, то их можно было бы провести в два дня, используя каждый день одни и те же аудитории, причем каждый день в каждой аудитории абитуриентов удалось бы рассадить так, что число рядов, а также число людей в ряду было бы равным числу аудиторий.

а) Может ли сумма числа аудиторий в обоих корпусах быть равна 24?

б) Найдите наименьшее возможное значение суммы числа аудиторий в обоих корпусах.

в) Найдите минимально возможное число абитуриентов, которое могло быть проэкзаменованы при этих условиях.