

А. Ларин: Тренировочный вариант № 130.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Найдите все корни уравнения $\sin(2^x) = 1$, удовлетворяющие неравенству $|2^x - 1| + |2^x - 8| \leq 7$.

2. Все плоские углы при вершине S пирамиды $SABC$ прямые.

а) Докажите, что точка S , точка пересечения медиан треугольника ABC и точка, равноудаленная от вершин пирамиды (центр описанной сферы), лежат на одной прямой.

б) Найдите радиус сферы вписанной в пирамиду $SABC$, если известно, что $SA = 2$, $SB = 3$, $SC = 4$.

3. Решите неравенство $x^2 + x\sqrt{3 - 3x^2} \geq 0,5 + x$.

4. В равнобокой описанной трапеции $ABCD$, где угол B тупой, а BC и AD — основания, проведены: 1) биссектриса угла B ; 2) высота из вершины C ; 3) прямая, параллельная AB и проходящая через середину отрезка CD .

а) Докажите, что все они пересекаются в одной точке.

б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей трапеции $ABCD$, если известно, что $BC = 8$, $AD = 18$.

5. Два человека, у которых имеется один велосипед, должны попасть из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 40 км. Первый движется пешком со скоростью 4 км/ч, а на велосипеде — со скоростью 30 км/ч. Второй движется пешком со скоростью 6 км/ч, а на велосипеде — со скоростью 20 км/ч. За какое наименьшее время они могут добраться из A в B ?

Велосипед можно оставлять на дороге без присмотра.

6. Парабола p_2 симметрична параболе p_1 , заданной уравнением $y = ax^2$ ($a > 0$), относительно точки $T(b; ab^2)$, $b > 0$. Некоторая прямая пересекает каждую параболу ровно в одной точке: p_1 — в точке A_1 , p_2 — в точке A_2 так, что угол A_1A_2T прямой. Касательная к параболе p_1 , проведенная в точке T , пересекает прямую A_1A_2 в точке K . Найдите отношение, в котором точка K делит отрезок A_1A_2 .

7. Решите уравнение:

а) $[2x] = \{7x\}$;

б) $[2x] = 7x$;

в) $2x = \{7x\}$.

$[a]$ — целая часть числа a , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее a ;

$\{a\}$ — дробная часть числа a , т. е. $\{a\} = a - [a]$.