А. Ларин: Тренировочный вариант № 127.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\dfrac{1+\cos 2x+\sqrt{2}\cos x}{1+\sin x}=0.$

а) Решите уравнение.

б) Укажитте корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

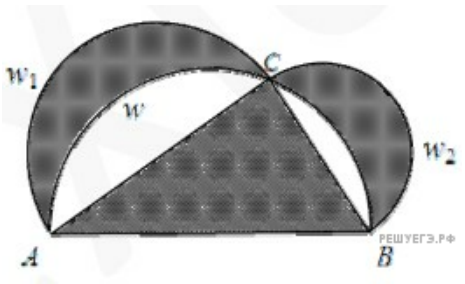
2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB = 6$, $BC = 4$, $AA_1 = 7$. Точка P — середина ребра AB, точка M лежит на ребре DD_1 так, что $DM : D_1M = 2 : 5$.

а) Докажите, что плоскость MPC делит объем параллелепипеда в отношении 1 : 11.

б) Найдите расстояние от точки D до плоскости MPC.

3. Решите неравенство $\log_{2x}(x+4)\cdot\log_x(2-x)\leqslant 0$

4. На сторонах прямоугольного треугольника ABC, как на диаметрах, построены полуокружности w, w_1 и w_2. (рис.).



а) Докажите, что площадь треугольника ABC равна сумме площадей двух луночек, ограниченных полуокружностями w и w_1 и полуокружностями w и w_2.

б) Пусть прямая l касается w_1 в точке M, а w_2 в точке P. Найдите длину отрезка MP, если известно, что сумма площадей двух луночек равна 49.

5. Миша и Маша положили в один и тот же банк одинаковые суммы под 10% годовых. Через год сразу после начисления процентов Миша снял со своего счета 5000 рублей, а еще через год снова внес 5000 рублей. Маша, наоборот, через год доложила на свой счет 5000 рублей, а еще через год сразу после начисления процентов сняла со счета 5000 рублей. Кто через три года со времени первоначального вложения получит большую сумму и на сколько рублей?

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $7^{ax^2-2x}-7^{x^2-1}=\sqrt[7]{2x-ax^2}-\sqrt[7]{1-x^2}$ имеет ровно два различных действительных корня.

7. Про натуральное число P известно, что сумма трех его наименьших натуральных делителей равна 8.

а). Найдите число P, у которого сумма трех наибольших натуральных делителей равна 289.

б). Может ли сумма трех наибольших натуральных делителей числа P равняться 255.

в). Найдите все возможные числа P, у которых сумма трех наибольших натуральных делителей не превосходит 100.