

## А. Ларин: Тренировочный вариант № 123.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение  $\cos 3\pi x + \sin \frac{3\pi(x+1)}{2} = 4 \cdot \left( \cos \frac{3\pi x}{2} - 1 \right)$ .

- a) Решите уравнение.  
б) Укажите его корни из отрезка  $[-7; -3]$ .

2. Данна правильная шестиугольная призма  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ . Через точки  $B, D_1, F_1$  проведена плоскость  $\alpha$ .

- a) Докажите, что плоскость  $\alpha$  перпендикулярна плоскости  $DCC_1$ .  
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $\alpha$ , если известно, что  $AB = 1, AA_1 = 3$ .

3. Решите неравенство  $\frac{7 - 71 \cdot 3^{-x}}{3^x + 10 \cdot 3^{-x} - 11} \leq 1$ .

4. а) Докажите, что в прямоугольном треугольнике сумма длин диаметров вписанной и описанной окружностей равна сумме длин катетов.

б) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  из вершины прямого угла проведена высота  $CH$ . Найдите сумму длин радиусов окружностей, вписанных в треугольники  $ABC, ACH$  и  $BCH$ , если известно, что  $CH = \sqrt{5}$ .

5. В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает  $t$  человек, то их суточная зарплата составляет  $4t^2$  у. е. Если на втором объекте работает  $t$  человек, то их суточная зарплата составляет  $t^2$  у. е. Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у. е. в этом случае придется заплатить рабочим?

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x+3)^2 + (|y|-7)^2 = 9, \\ (x-9)^2 + (y-2)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

7. а) Найдите наименьшее натуральное число, половина которого является точным квадратом, а третья часть — точным кубом.

б) Найдите наименьшее натуральное число, половина которого является точным кубом, а третья часть — точным квадратом.

в) Существует ли натуральное число, половина которого является точным квадратом, третья часть — точным кубом, а пятая часть — точной пятой степенью?