А. Ларин: Тренировочный вариант № 121.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $2\cos^3 x + 1 = \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right)$.

2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка M — середина ребра SC, точка K — середина ребра AB.

а) Докажите, что прямая MK делит высоту SH пирамиды в отношении 1 : 3.

б) Найдите угол между прямой MK и плоскостью ABC, если известно, что $AB = 6$, $SA = 5$.

3. Решите неравенство: $x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 3 \leqslant \frac{6}{2 - \sqrt{x}}$

4. В прямоугольный треугольник ABC вписана окружность, которая касается гипотенузы AB в точке K, а катетов — в точках P и M.

а) Докажите, что площадь треугольника ABC равна $AK \cdot BK$.

б) Найдите площадь треугольника PKM, если известно, что $AK = 12$, $BK = 5$.

5. В некоторой стране решили провести всенародные выборы правительства. Две трети в этой стране — городские жители, а одна треть — сельские. Президент должен предложить на утверждение проект состава правительства из 100 человек. Известно, что за проект проголосует столько процентов городских (сельских) жителей, сколько человек из города (села) в предложенном проекте. Какое наименьшее число городских жителей надо включить в проект состава правительства, чтобы за него проголосовало более половины избирателей?

6. Найдите все значения а, при каждом из которых уравнение $\frac{a^3 - (x+2)a^2 + xa + x^2}{a + x} = 0$ имеет ровно один корень.

7. Может ли общая часть треугольника и четырехугольника (образованная при наложении одной фигуры на другую) представлять собой

а) семиугольник;

б) восьмиугольник;

в) девятиугольник?