

А. Ларин. Тренировочный вариант № 506.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2|\operatorname{ctg} x| \sqrt{\sin^2 x} = 5 - \frac{2}{|\cos x|}$.

б) Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S боковые ребра наклонены к основанию под углом $\operatorname{arctg} \sqrt{8}$. Точки M и K — середины ребер AS и BS соответственно.

а) Докажите, что плоскости AKC и BMC перпендикулярны.

б) Найдите объем пирамиды $MKPC$, где P — точка пересечения BM и AK , если объем пирамиды $ABCS$ равен 12.

3. Решите неравенство: $\log_5 x + \log_x \frac{x}{3} \leq \frac{\log_5 x \cdot (2 - \log_3 x)}{\log_3 x}$.

4. Первый банк предлагает открыть вклад с процентной ставкой 10%, а второй — 11%. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Клиент сделал одинаковые вклады в оба банка. Через два года второй банк уменьшил процентную ставку по вкладу с 11% до $P\%$. Еще через год клиент закрыл оба вклада и забрал все накопившиеся средства, и оказалось, что второй банк принес ему больший доход, чем первый. Найдите наименьшее целое P , при котором это возможно.

5. В трапеции с основаниями $BC = 6$ и $AD = 8$ на диагонали AC отмечена точка O такая, что $CO : OA = 2 : 3$. Прямая BO пересекает отрезок CD в точке E .

а) Докажите, что $CE : DE = 6 : 1$.

б) Найдите отношение площади треугольника COE к площади трапеции $ABCD$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x^2 - 5x + 4| - 9x^2 - 5x + 4 + 10x|x| = 0, \\ x^2 - 2(a - 1)x + a(a - 2) = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. В автохозяйстве имеются грузовики трех типов. Каждый грузовик первого типа имеет грузоподъемность 3 тонны и сделал 3 рейса, каждый грузовик второго типа имеет грузоподъемность 13 тонн и сделал 12 рейсов, каждый грузовик третьего типа имеет грузоподъемность 17 тонн и сделал 16 рейсов. Всего было сделано ровно 95 рейсов.

а) Могло ли в автохозяйстве быть 2 грузовика третьего типа?

б) Могло ли в автохозяйстве быть 4 грузовика третьего типа?

в) Сколько тонн груза максимально могло перевести автохозяйство при данных условиях?