

ЕГЭ–2025. Основная волна 27.05.2025. Экзамен на дому

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos 2x + 0,5 = \cos^2 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 7. На ребре AC отмечена точка M , а на продолжении ребра BC за точку C — точка N так, что $CM = CN = 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABC$ плоскостью SNM является равнобедренным треугольником.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABC$ плоскостью SNM .

3. Решите неравенство $\frac{1}{3^x + 4} \leq \frac{2}{3^{x+1} - 1}$.

4. 15 декабря 2024 года планируется взять кредит в банке на 17 месяцев. Условия возврата таковы:
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 — 15-го числа каждого месяца с 1-го по 16-й (с января 2025 года по апрель 2026 года включительно) долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
 — 15 апреля 2026 года долг составит 400 тысяч рублей;
 — 15 мая 2026 года долг должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1608 тысяч рублей?

5. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла, AM и CN — биссектрисы треугольников ACH и BCH соответственно.

а) Докажите, что прямые AM и CN перпендикулярны.

б) Найдите длину отрезка MN , если $BC = 20$ и $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$.

6. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(|x - 6| - |x - a|)^2 - 3a(|x - 6| - |x - a|) + 2a^2 + a - 1 = 0$$

имеет ровно два различных решения.

7. а) Приведите пример семизначного числа из которого, вычёркивая цифры, можно получить каждое из чисел: 123, 426, 786.

б) Существует ли девятизначное число из которого, вычёркивая цифры, можно получить каждое из чисел: 123, 238, 435, 567, 791?

в) Найдите наименьшее натуральное число, из которого можно получить все числа от 1 до 40 включительно, вычёркивая из него цифры.