

**СтатГрад: Тренировочная работа 18.03.2025 вариант МА2410410**

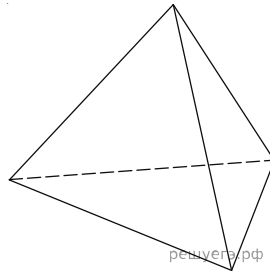
При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $42^\circ$ , стороны  $AC$  и  $BC$  равны. Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

2. Даны векторы  $\vec{a}(7; -5)$ ,  $\vec{b}(-9; 5)$  и  $\vec{c}(25; -12)$ . Найдите длину вектора  $4\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ .

3. Во сколько раз увеличится площадь поверхности правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в 3 раза?



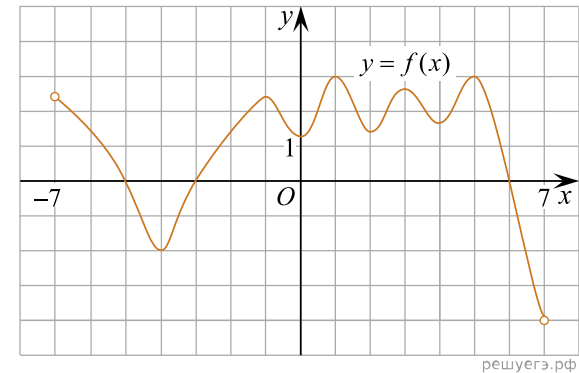
4. Из множества натуральных чисел от 21 до 35 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 5?

5. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,08. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

6. Решите уравнение  $(3x - 11)^2 = (3x - 7)^2$ .

7. Найдите значение выражения  $\log_{16}(\log_2 4)$ .

8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 7)$ . Определите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



9. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 4.

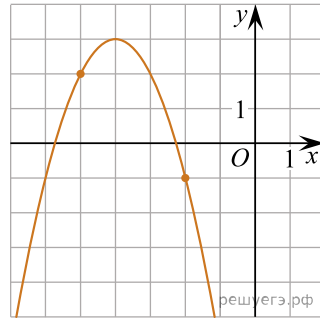
Составители рейтинга считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr + Q}{A}$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число  $A$ , при котором это условие будет выполняться.

10. Заказ на изготовление 170 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 7 деталей больше второго?

11. На рисунке изображён график функции  $f(x) = -x^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-8)$ .



12. Найдите точку минимума функции  $y = (x + 7)e^{x-7}$ .

13. а) Решите уравнение  $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 2 \sin^2 x = \sin x - 2$ .

- б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

14. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 10, высота  $SH$  равна 15. Точка  $K$  — середина бокового ребра  $SA$ , а точка  $N$  — середина ребра  $BC$ . Плоскость, параллельная плоскости  $ABC$ , проходит через точку  $K$  и пересекает рёбра  $SB$  и  $SC$  в точках  $Q$  и  $P$  соответственно.

- а) Докажите, что прямая  $QP$  пересекает отрезок  $SN$  в его середине.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $AQP$ .

15. Решите неравенство  $\log_{13}(6x^2 + 5) - \log_{13}(x^2 + x + 1) \geq \log_{13}\left(\frac{x}{x+3} + 5\right)$ .

16. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1,221 млн рублей?

17. Точка  $O$  — центр вписанной в треугольник  $ABC$  окружности. Прямая  $BO$  вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке  $P$ .

- а) Докажите, что  $OP = CP$ .  
 б) Найдите радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности, если расстояние от точки  $P$  до прямой  $AC$  равно 12,  $\angle ABC = 60^\circ$ .

18. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ y = (\sqrt{x})^4 - 7 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19. Из правильной несократимой дроби  $\frac{a}{b}$ , где  $a$  и  $b$  — натуральные числа, за один ход получают дробь  $\frac{2a+b}{3a+b}$ .

- а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби  $\frac{1}{3}$  получить дробь  $\frac{53}{69}$ ?

- б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь  $\frac{8}{13}$ ?

в) Несократимая дробь  $\frac{c}{d}$  больше 0,76. Найдите наименьшую дробь  $\frac{c}{d}$ , которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода.