

Задания 14 ЕГЭ–2025

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. В правильной треугольной призме сторона AB основания равна 2, точка M — середина ребра CC_1 .

- а) Докажите, что сечение A_1MB — равнобедренный треугольник.
- б) Найдите высоту призмы, если площадь сечения равна 6.

2. В правильной треугольной призме сторона AB основания равна 4, точка M — середина ребра CC_1 .

- а) Докажите, что сечение A_1MB — равнобедренный треугольник.
- б) Найдите высоту призмы, если площадь сечения равна 18.

3. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ отметили точки M и K на ребрах AA_1 и A_1B_1 соответственно. Известно, что $AM = 5MA_1$, $A_1K = KB_1$. Через точки M и K провели плоскость α перпендикулярно плоскости ABB_1 .

- а) Докажите, что плоскость α проходит через вершину C_1 .
- б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α , если все ребра призмы равны 12.

4. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ отметили точки M и K на ребрах AA_1 и A_1B_1 соответственно. Известно, что $A_1M = 2AM$, $A_1K = KB_1$. Через точки M и K провели плоскость α перпендикулярно плоскости ABB_1A_1 .

- а) Докажите, что плоскость α проходит через вершину C_1 .
- б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α , если все ребра призмы равны 20.

5. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ известно, что $AB = 1$. Через точку O пересечения диагоналей основания перпендикулярно ребру SC провели плоскость α .

- а) Докажите, что плоскость α проходит через вершины B и D .
- б) В каком отношении плоскость α делит ребро SC , считая от вершины S , если площадь сечения равна $\frac{\sqrt{2}}{3}$?

6. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ известно, что $AB = 4$. Через точку O пересечения диагоналей основания перпендикулярно ребру SC провели плоскость α .

- а) Докажите, что плоскость α проходит через вершины B и D .
- б) В каком отношении плоскость α делит ребро SC , считая от вершины S , если площадь сечения равна $2\sqrt{14}$?

7. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $AB = 2$. Через точку O пересечения диагоналей основания перпендикулярно ребру SC провели плоскость α .
- Докажите, что плоскость α проходит через вершины B и D .
 - Найдите, в каком отношении плоскость α делит ребро SC , считая от вершины S , если площадь сечения равна $\sqrt{3}$.
8. Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$ с основанием $ABCD$. Плоскость α проходит через ребро AB и пересекает ребра SC и SD в точках M и N соответственно. Известно, что $AB = AN = BM = 5MN$.
- Докажите, что $SM : MC = SN : ND = 1 : 4$.
 - Найдите косинус угла между плоскостью α и плоскостью основания пирамиды.
9. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ через ребро AB провели плоскость α , образующую сечение $ABMN$, где M и N — точки пересечения плоскости α с боковыми рёбрами SC и SD соответственно. Известно, что $AB = BM = AN = 4MN$.
- Докажите, что точки M и N делят ребра SC и SD в отношении $1 : 3$, считая от вершины S .
 - Найдите косинус угла между плоскостью основания $ABCD$ и плоскостью α .
10. Плоскость α перпендикулярна плоскости основания $ABCD$ правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ и пересекает ребро SA в точке K . Сечение пирамиды плоскостью α является правильным треугольником площадью $2\sqrt{3}$.
- Докажите, что плоскость α перпендикулярна прямой AC .
 - Найдите, в каком отношении точка K делит ребро SA , считая от точки S , если объём пирамиды равен $36\sqrt{6}$.
11. Плоскость α перпендикулярна плоскости основания $ABCD$ правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ и пересекает ребро SA в точке K . Сечение пирамиды плоскостью α является правильным треугольником площадью $4\sqrt{3}$.
- Докажите, что плоскость α перпендикулярна прямой AC .
 - Найдите, в каком отношении точка K делит ребро SA , считая от вершины S , если объём пирамиды равен $18\sqrt{3}$.
12. Дана правильная призма $ABCA_1B_1C_1$. Точка K лежит на ребре AB и делит его в отношении $AK : KB = 3 : 1$. Точка L — середина ребра BC . Плоскость α проходит через точки K и L и пересекает ребра B_1C_1 и A_1B_1 в точках M и N соответственно. Известно, что $B_1M : MC_1 = 3 : 1$.
- Докажите, что $MN \perp AB$.
 - Найдите угол между плоскостью α и плоскостью основания призмы, если все рёбра призмы равны.
13. На ребрах BC , AB и AD правильного тетраэдра $ABCD$ отмечены точки L , M и N соответственно. Известно, что $BL : LC = AM : MB = AN : ND = 1 : 2$.
- Докажите, что плоскость α , проходящая через точки L , M и N , делит ребро CD в отношении $2 : 1$, считая от вершины C .
 - Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α , если $AB = 6$.
14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро SA равно 5. На ребре AC отмечена точка M , а на продолжении ребра BC за точку C — точка N так, что $CM = CN = 1$.
- Докажите, что сечение пирамиды $SABC$ плоскостью SNM является равнобедренным треугольником.
 - Найдите площадь сечения пирамиды $SABC$ плоскостью SNM .

15. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра которой равны, на ребре AA_1 отмечена точка M . Известно, что $AM = 3MA_1$. Через точки M и C_1 перпендикулярно грани ABB_1A_1 проведена плоскость α .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро A_1B_1 пополам.

б) Найдите высоту призмы, если площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α равна $\sqrt{15}$.

16. Точка O — центр грани $A_1B_1C_1D_1$ прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1B_1C_1D_1$. Сечения параллелепипеда плоскостями AOB и BOC являются прямоугольниками, стороны AB и BC этих сечений в 3 раза меньше соответственных больших сторон сечений.

а) Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите угол между прямой A_1C и плоскостью BOC .

17. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1B_1C_1D_1$, O — центр грани $A_1B_1C_1D_1$. Плоскости (AOB) и (BOC) — прямоугольники, и стороны AB и CD являются их меньшими сторонами. AB и BC в 2 раза меньше соответственных больших сторон сечений.

а) Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите угол между CA_1 и (BOC) .