

А. Ларин. Тренировочный вариант № 503.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2 \left(\sqrt{2} \sin x - \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right)^2 - 3 \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + 1 = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$.

2. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки M , N и K делят ребра AA_1 , BB_1 , DD_1 в отношении $1 : 5$, $1 : 4$ и $1 : 2$ соответственно, считая от нижнего основания $ABCD$.

а) Докажите, что плоскость MNK делит ребро CC_1 в отношении $11 : 19$, считая от нижнего основания.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы, если сторона основания призмы равна $\sqrt{13}$, а высота равна 30.

3. Решите неравенство $\frac{\sqrt{(x-1)(x-2) \log_{x^2} \frac{2}{x^2}}}{|x+2|} > \frac{x^2 - 3x + 1 + \log_{|x|} \sqrt{2}}{x+2}$.

4. 15 января планируется взять кредит в банке на 3 года. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за 24-й месяц кредитования нужно выплатить 45,2 тысяч рублей. Сколько рублей нужно будет вернуть банку в течение всего срока кредитования?

5. В треугольнике ABC стороны AB и BC соответственно равны 3 и 5, а угол между ними 120° . Середины перпендикуляры к AB и BC пересекают AC соответственно в точках L и N .

а) Докажите, что $BN : (BL + LN) = 5 : 8$.

б) Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных соответственно в треугольники BCN и ABL .

6. Найдите все значения параметра a , при которых решения уравнения

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = a$$

существуют и принадлежат отрезку $[2; 17]$.

7. На столе лежат 140 карточек — синие и белые, на каждой карточке записано ровно одно натуральное число. Все числа на белых карточках различны, и число на любой синей карточке не меньше числа на любой белой карточке. Среднее арифметическое всех записанных чисел равно 70. Если все числа на синих карточках уменьшить на 5, а все числа на белых карточках увеличить на 2, то среднее арифметическое всех чисел станет равным 67,5 (при уменьшении некоторые числа могут не быть натуральными).

- а) Могут ли все числа на белых карточках быть четными?
- б) Может ли среднее арифметическое чисел на синих карточках равняться 70,5?
- в) Какое наименьшее среднее арифметическое может быть у чисел на синих карточках?