

А. Ларин. Тренировочный вариант № 503.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2\left(\sqrt{2}\sin x - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right)^2 - 3\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

2. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки M , N и K делят ребра AA_1 , BB_1 , DD_1 в отношении $1 : 5$, $1 : 4$ и $1 : 2$ соответственно, считая от нижнего основания $ABCD$.

а) Докажите, что плоскость MNK делит ребро CC_1 в отношении $11 : 19$, считая от нижнего основания.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы, если сторона основания призмы равна $\sqrt{13}$, а высота равна 30.

3. Решите неравенство $\frac{\sqrt{(x-1)(x-2)\log_x^2 \frac{2}{x^2}}}{|x+2|} > \frac{x^2 - 3x + 1 + \log_{|x|} \sqrt{2}}{x+2}$.

4. 15 января планируется взять кредит в банке на 3 года. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за 24-й месяц кредитования нужно выплатить 45,2 тысяч рублей. Сколько рублей нужно будет вернуть банку в течение всего срока кредитования?

5. В треугольнике ABC стороны AB и BC соответственно равны 3 и 5, а угол между ними 120° . Серединные перпендикуляры к AB и BC пересекают AC соответственно в точках L и N .

а) Докажите, что $BN : (BL + LN) = 5 : 8$.

б) Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных соответственно в треугольники BCN и ABL .

6. Найдите все значения параметра a , при которых решения уравнения

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = a$$

существуют и принадлежат отрезку $[2; 17]$.

7. На столе лежат 140 карточек — синие и белые, на каждой карточке записано ровно одно натуральное число. Все числа на белых карточках различны, и число на любой синей карточке не меньше числа на любой белой карточке. Среднее арифметическое всех записанных чисел равно 70. Если все числа на синих карточках уменьшить на 5, а все числа на белых карточках увеличить на 2, то среднее арифметическое всех чисел станет равным 67,5 (при уменьшении некоторые числа могут не быть натуральными).

а) Могут ли все числа на белых карточках быть четными?

б) Может ли среднее арифметическое чисел на синих карточках равняться 70,5?

в) Какое наименьшее среднее арифметическое может быть у чисел на синих карточках?