

А. Ларин. Тренировочный вариант № 501.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos 3x - \cos 2x + \cos x = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$.

2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ со стороной основания 16 на ребрах AC и A_1C_1 выбраны соответственно точки M и K так, что $AM : MC = 11 : 5$, $A_1K : KC_1 = 3 : 5$, точка N — середина BC .

а) Докажите, что точка B_1 лежит в плоскости KMN .

б) Найдите высоту призмы, если известно, что она равна расстоянию от точки C_1 до плоскости KMN .

3. Решите неравенство: $\log_{x+3}^2(2x+1)^2 - 48 \log_{(x+3)^2}(2x+1)^{\frac{1}{2}} + 8 \geq 0$.

4. В октябре 2025 года планируется взять кредит в банке в размере 800 тысяч рублей на 5 лет. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027 годов долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2028, 2029 и 2030 годов долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по сентябрь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в октябре каждого года долг должен быть меньше на одну и ту же сумму по сравнению с концом предыдущего года;

— к октябрю 2030 года кредит должен быть выплачен.

Общая сумма всех платежей после полного погашения кредита составит 1332,8 тысяч рублей. Найдите r .

5. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ сторона $AB = 5$, $BC = CD = \sqrt{52}$, $AD = 5$.

а) Докажите, что диагональ BD точкой пересечения диагоналей делится пополам.

б) Найдите площадь $ABCD$, если все отрезки диагоналей, на которые их делит точка пересечения, являются целыми числами.

6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $a^2 - ax - 2x^2 - 0,5x - 2a + |a + 2,5x| = 0$ имеет ровно три различных корня.

7. Коля записал уравнение $x^2 + bx + c = 0$, которое имеет 2 различных натуральных корня x_1 и x_2 (b и c — некоторые числа). Петя записал уравнение $x^2 + dx + e = 0$, которое имеет 2 различных натуральных корня x_3 и x_4 (d и e — некоторые числа). Маша посмотрела на уравнения Коли и Пети и записала уравнение $2x^2 + (b + d)x + c + e = 0$.

а) Возможно ли, что уравнение Маши не имеет корней?

б) Возможно ли, что уравнение Маши имеет два различных корня и ровно один из них натуральный, если среди чисел x_1, x_2, x_3, x_4 ровно два — нечетны?

в) Известно, что $b = d$ и $|x_1 - x_2| > |x_3 - x_4|$, а уравнение Маши имеет два различных натуральных корня. Найдите наименьшее возможное значение $|x_1 - x_2|$.