А. Ларин. Тренировочный вариант № 498.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sqrt{1-\cos^2 x}+\sqrt{3}\cos 2x=0.$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. Основанием прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является ромб $ABCD$. Плоскость α пересекает ребра DD_1 и AA_1 в точках M и K соответственно так, что $DM : MD_1 = 4 : 1$, $AK : KA_1 = 2 : 3$, а ребро AB — в середине L.

а) Докажите, что плоскость α проходит через точку C.

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости α, если сторона ромба равна $2\sqrt{10}$, тангенс острого угла ромба равен $\frac{3}{4}$, а высота призмы равна 10.

3. Решите неравенство: $\left(x^2+x+1\right)^{\frac{x+5}{x+2}} \geqslant x^2+x+1.$

4. Инвестор купил акции некоторой компании по цене 1 тысяча долларов долларов за 1 шт. Но за счёт инфляции, которая составляет 4% в год, реальная стоимость акций (то есть покупательская способность денег, которые можно получить, продав акции) в конце n-го года составляет $0{,}96^n$ от их рыночной цены. Инвестор хочет продать свои акции в тот момент, когда они будут обладать наибольшей реальной стоимостью. В результате расчётов он вычислил, что для этого необходимо продать акции в конце седьмого года. Определите, при каких значениях S это возможно.

5. Две окружности пересекаются в точках M и N. На одной из окружностей отмечены точки A и C, а на второй — B и D так, что $ABCD$ — параллелограмм. Диагонали параллелограмма равны 2 и 6, а расстояние от их точки пересечения до прямой MN равно 2.

а) Докажите, что расстояние между центрами окружностей равно 2.

б) Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если радиусы окружностей равны 5 и 4.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $x-3+\frac{1}{x^2}=ax$ имеет ровно три различных корня.

7. У трехзначного числа $n=100a+10b+c$ все цифры отличны от нуля. Обозначим через s сумму цифр и через m произведение цифр.

а) Может ли быть, что $s=10m$?

б) Сколько существует чисел, у которых $m < s$?

в) Какие целые значения имеет дробь $k=\frac{m}{s}$, если среди цифр числа n есть 1?