

А. Ларин. Тренировочный вариант № 496.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{25^{\sin x} + 5^{\sin x + 1} - 6}{\sqrt{(2 \cos x - 1)(\sqrt{3} - 2 \sin x)}} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ радиус описанной сферы в три раза больше радиуса вписанной сферы.

а) Докажите, что $SABC$ — правильный тетраэдр.

б) Плоскость, проходящая через сторону AB и центр вписанной сферы, пересекает ребро SC в точке L . Найдите радиус сферы, вписанной в пирамиду $ABCL$, если сторона основания пирамиды $SABC$ равна $\sqrt{6} + 1$.

3. Решите неравенство: $\log_{1 + \frac{x}{2}}(x + 7) \cdot \log_{\frac{x}{2} + 1} \frac{x + 7}{\left(\frac{x}{2} + 1\right)^3} \leq -2$.

4. Бизнесмен продает ложки по цене 1000 руб. за штуку. Для увеличения продаж он запланировал рекламную кампанию, на которую выделил 100 тыс. руб. (эти деньги необходимо потратить полностью). Рекламное объявление в социальной сети стоимостью 20 тыс. руб. увеличивает продажи ложек на 10 штук, а рекламное объявление в мессенджере стоимостью 40 тыс. руб. увеличивает продажи на 30%. Какое наименьшее количество ложек надо продать, чтобы окупить рекламную кампанию?

5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD ($BC < AD$) окружности, вписанные в треугольники ABC и ACD , делят диагональ AC в отношении $2 : 1 : 1$, считая от точки A .

а) Докажите, что одно из оснований трапеции равно боковой стороне.

б) Найдите отношение, в котором диагональ AC делит площадь трапеции.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (y - x^2 - x - 1) \cdot (x^2 - 3xy + 4y^2) \cdot (x + y - 1) = 0, \\ y = (2a + 1) \cdot x - a^2 + 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. Лесная шахматная школа провела шахматный турнир. В нём принимали участие Волк, Лиса и Заяц. Каждый из них сыграл с каждым участником по 10 партий. За выигранную партию присуждалось 2 очка, за ничью 1 очко, за проигрыш 0 очков. После окончания турнира места распределялись по сумме очков, набранных участниками.

а) Сколько очков набрал Волк, если у него число выигранных в турнире партий равнялось числу проигранных?

б) У Лисы количество выигранных партий больше чем у Волка, а у Волка больше чем у Зайца. Может ли Заяц занять первое место, Волк — второе, а Лиса — третье?

в) Лиса заняла в турнире второе место, хотя при игре с каждым из соперников побеждала чаще, чем проигрывала. Тогда она потребовала изменить порядок подведения итогов: распределять места по разности количества выигранных и проигранных партий. Сможет ли она после этого занять первое место?

г) Может ли быть по итогам турнира у каждого участника количество выигранных партий больше, чем количество проигранных?