

А. Ларин. Тренировочный вариант № 495.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2|\sin x| + \log_{\operatorname{tg} x} \left(-\frac{|\cos x|}{\sin x} \right) = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[25\pi; 26\pi]$.

2. Дана треугольная пирамида $ABCD$ с вершиной D . Известно, что угол DAB — прямой, ребро AD перпендикулярно медиане основания AK и $AD = AK$. Сечением пирамиды плоскостью, не проходящей через середины ребер AD и BC , является равнобедренная трапеция $EFGH$ с основаниями EF и GH , причем точка E делит ребро BD пополам, а точка G лежит на ребре AC и $AG = 3 \cdot GC$.

а) Докажите, что $AB = AC$.

б) Найдите отношение площади трапеции $EFGH$ к площади грани BCD .

3. Решите неравенство: $\frac{\sqrt[4]{15}}{\log_{x+1} 11} \geq \frac{\log_{11}(x+1)}{\log_{123} 11}$.

4. Паром грузоподъемностью 111 тонн перевозит микроавтобусы и грузовики при условии полной загрузки. Количество загруженных на паром микроавтобусов составляет не более 70% от количества загруженных на паром грузовиков. Вес и стоимость одного микроавтобуса составляют 5 тонн и 5 тысяч условных единиц, грузовика — 9 тонн и 4 тысячи условных единиц соответственно. Определите наибольшую возможную суммарную стоимость всех микроавтобусов и грузовиков, перевозимых паромом при данных условиях.

5. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . Точки M и N являются серединами сторон AB и CD соответственно. Окружность, проходящая через точки B и C , пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q (отличных от концов отрезков).

а) Докажите, что точки M, N, P и Q лежат на одной окружности.

б) Найдите QN , если отрезки DP и PC перпендикулярны, $AB = 21, BC = 4, CD = 20, AD = 17$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\frac{4}{3}(x^2 - ax) - \frac{\pi}{3} < \sin(x^2 - ax) + \cos\left(2x^2 - 2ax + \frac{\pi}{4}\right)$$

выполняется для всех x из отрезка $[\pi; 2\pi]$.

7. Задумано несколько натуральных чисел (не обязательно различных). Эти числа и все их возможные произведения (по 2 числа, по 3 числа и т. д.) выписывают на доску. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляют одно такое число n , а остальные числа, равные n , стирают. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 9, 12, 36.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 105, 315, 945?

в) Приведите все примеры шести задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор, наибольшее число в котором равно 82.