

А. Ларин. Тренировочный вариант № 493.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_4(4 \sin^2 2x) = 2 - \log_2(-2 \operatorname{tg} x)$.
б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[2025\pi; 2027\pi]$.

2. В пирамиде $ABCD$ проведено сечение $KMLN$ так, что точка K — лежит на ребре AD , точка M — на ребре DC , точка N — на ребре AB , точка L — на ребре BC , и O — точка пересечения диагоналей KL и MN четырехугольника $KMLN$. Известно, что P — точка пересечения плоскости сечения и прямой AC , $OL : OK = 3 : 4$, $ON : OM = 24 : 25$, $DK \cdot NA - KA \cdot BN = KA \cdot NA$.

- а) Докажите, что $\frac{PK}{KM} \cdot \frac{LN}{NP} = \frac{6}{7}$.
б) Сечение $KMLN$ делит пирамиду на две части. Найдите отношение объемов этих частей.

3. Решите неравенство: $\log_{(0,5-|2x^2-5x+2|)}(0,5 + |8x^2 - 2x - 1|) \geq 1$.

4. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 700 тыс. руб. на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого из годов 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;
- в июле каждого из годов 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;
- к июлю 2035 года кредит должен быть выплачен.

Известно, что сумма выплат по кредиту составит 1420 тыс. руб. Найдите, сколько рублей составит выплата в 2026 году.

5. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Биссектрисы углов BAD и BCD пересекаются в точке O . Через точку O проведена прямая, параллельная основаниям трапеции и пересекающая ее боковые стороны.

- а) Докажите, что длина отрезка этой прямой с концами на боковых сторонах трапеции, равна ее боковой стороне.
б) Найдите отношение длин оснований трапеции, если $AO = OC$ и данная прямая делит AB в отношении $AM : MB = 1 : 2$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \cos x = \sin(\sqrt{4 - 7a^2} \cdot x), \\ \sin x = (3a - 0,5) \cdot \cos(\sqrt{4 - 7a^2} \cdot x) \end{cases}$$

имеет ровно одно решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

7. На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причем любые два из них отличаются не более чем в три раза.
- а) Может ли на доске быть 5 чисел, сумма которых равна 47?
 - б) Может ли на доске быть 10 чисел, сумма которых равна 94?
 - в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 8000?