

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 491.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $750^{\cos 3x} + 6 \cdot 125^{\frac{1}{3} + \cos 3x} = 5^{5 \cos 3x} + 30^{1 + \cos 3x}$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}\right]$ .

2. В основании пирамиды  $ABCD$  лежит правильный треугольник  $ABC$ . Все боковые ребра наклонены к основанию под одним и тем же углом.

а) Докажите, что прямые  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ , если  $AB = 8\sqrt{3}$ ,  $AD = 5\sqrt{3}$ .

3. Решите неравенство:  $\log_{0,3}(2-x) + \log_{0,3} \frac{2}{x} \leq \log_{0,3} \left(\frac{3}{x} - 6x + 3\right)$ .

4. Строительство нового завода стоит 340 млн руб. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,3x^2 + x + 12$  млн руб. в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. руб. за единицу, то прибыль фирмы (в млн руб.) за один год составит  $px - (0,3x^2 + x + 12)$ . Когда завод будет построен, каждый год фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы годовая прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена продукции  $p = 14$  тыс. руб. за единицу. Каждый следующий год цена продукции увеличивается на 1 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

5. В треугольнике  $ABC$  высота  $CH$  и медиана  $CK$  делят угол  $ACB$  на три равных угла. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $1,5 + \sqrt{3}$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите радиус вписанной в треугольник  $ABC$  окружности.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y - 1 = ax^2, \\ x - \sqrt{48 - y^2 - 8y} = 2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

7. На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 3, или на цифру 7. Сумма написанных чисел равна 2502.

а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 3 или на 7?

б) Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 3?

в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 3, может быть на доске?