

А. Ларин. Тренировочный вариант № 487.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_{\cos x}(3 \sin^4 x + \cos 4x + 2) = 4 + \log_{\cos x} 3$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; 2\pi]$.

2. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 7$, $BC = 5$. Точка G делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $2 : 5$, считая от точки A_1 , точка F — середина ребра DD_1 .

а) Докажите, что плоскость GFC делит ребро BB_1 пополам.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью GFC , если $\angle GFC = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$.

3. Решите неравенство: $\log_2^2 |x| - \log_2 \frac{x^2}{2} \geq \left(\frac{1}{2} \log_2 4 + \log_4 |x| \right)^2$.

4. Дмитрий владеет двумя промышленными заводами, выпускающими одинаковую продукцию. На первом заводе установлено современное оборудование, поэтому на нем может быть выпущено больше единиц продукции. Известно, что если рабочие второго завода суммарно трудятся t^2 часов в неделю, то выпускают $3t$ единиц продукции, а если рабочие первого завода трудятся по t^2 часов в неделю, то выпускают $6t$ единиц продукции. Ставка заработной платы рабочего составляет 600 рублей за час. Дмитрий готов платить рабочим 1 875 000 рублей в неделю. На какое максимальное число единиц продукции он может рассчитывать?

5. В четырехугольнике $ABCD$, вписанном в окружность, биссектрисы углов A и B пересекаются в точке E , лежащей на стороне CD . Известно, что $CD : BC = 3 : 1$.

а) Докажите, что точка E равноудалена от прямых AD и AB .

б) Найдите отношение площадей треугольников ADE и BCE .

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (yx - 8)(y - x - 2) \geq 0, \\ y - ax - 4a - 4 = 0, \\ x \leq 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

7. На доске написано число 11. Раз в минуту Петя дописывает на доску одно число: либо вдвое большее какого-то из чисел на доске, либо равное сумме каких-то двух чисел, написанных на доске. Таким образом, через одну минуту на доске появится второе число, через две — третье и т. д.

а) Может ли в какой-то момент на доске оказаться число 2025?

б) Может ли в какой-то момент сумма всех чисел равняться 121?

в) Через какое наименьшее количество минут на доске может появиться число 891?