

А. Ларин. Тренировочный вариант № 485.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{1 + \sin\left(\frac{2025\pi}{2} - 2x\right) + \cos(2025\pi - x)}{\sqrt{2025} - 2025 \sin x} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

ИЛИ

а) Решите уравнение $2 \log_{2025}(2 - 2 \cos 2x) = \log_{\sqrt{2025}}\left(2 \cos\left(\frac{2025\pi}{2} + x\right)\right)$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

2. В правильном тетраэдре $SNEG$ точки K и L — середины ребер NE и SG соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой KL и пересекает ребро EG в точке P .

а) Докажите, что прямая KL перпендикулярна ребрам NE и SG .

б) Найдите площадь сечения тетраэдра плоскостью α , если известно, что $EP = 1$, $PG = 5$.

ИЛИ

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечены точки M и N — середины сторон AB и AD соответственно.

а) Докажите, что прямые $B_1 N$ и CM перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между этими прямыми, если $B_1 N = 7\sqrt{2}$.

3. Решите неравенство: $\log_0((x - 4)(x^2 - 2x - 8)) + 1 \geq 0,5 \log_3(x - 4)^2$.

ИЛИ

Решите неравенство: $\frac{1}{(\log_5 x + 1)^2} \leq (\log_{\sqrt{5}} x)^2 + \log_5 x^4 + 1$.

4. В ноябре 2025 года планируется взять кредит на пять лет в размере 420 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по октябрь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в ноябре 2026, 2027 и 2028 годов долг остается равным 420 тыс. руб.;
- выплаты в 2029 и 2030 годах равны;
- к ноябрю 2030 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму платежей за пять лет.

ИЛИ

21 июня планируется взять кредит в банке на сумму 840 тыс. руб. на 10 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1 числа каждого месяца (начиная с июля) долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 20-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- 21-го числа с 1-го по 9-й месяц долг должен быть меньше на одну и ту же сумму по сравнению с концом предыдущего месяца;

— 21-го числа 9-го месяца долг составит 120 тыс. руб.;

— 21-го числа 10-го месяца долг должен быть погашен.

Найдите переплату по кредиту (в тыс. руб.) за весь срок.

5. Точка K лежит на отрезке MN . Прямая, проходящая через точку M , касается окружности с диаметром KN в точке A и пересекает окружность с диаметром MK в точках M и B . Продолжение отрезка AK пересекает окружность с диаметром MK в точке C .

а) Докажите, что прямые CM и AN параллельны.

б) Найдите площадь треугольника CKN , если $BM = 6$ и $AB = 30$.

ИЛИ

На стороне LM равностороннего треугольника KLM выбрана точка S , серединный перпендикуляр к отрезку KS пересекает сторону KM в точке Q , а сторону KL — в точке P .

а) Докажите, что углы LSP и SQM равны.

б) Найдите отношение площадей треугольников LSP и SQM , если $SM : SL = 2 : 3$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - a(a-1)x - a^3}{\sqrt{x^2 + 3x - 54}} = 0$$

имеет два различных корня.

ИЛИ

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2a^2 + 5ax - 3x^2} = \sqrt{16x - x^2 + 4a^2 - 2a - 40}$$

имеет единственный корень на отрезке $[0; 8]$.

7. Снеговик написал ряд натуральных чисел от 1 до 2025. Затем он зачеркнул каждое второе число, начиная слева, а последнее незачеркнутое число перенес в начало ряда. Затем повторил операцию: зачеркнул каждое второе число, начиная слева, а последнее незачеркнутое число перенес в начало ряда. И так далее до тех пор, пока не останется ровно два числа.

- Может ли после очередной операции остаться 253 числа?
- Может ли после очередной операции остаться 64 числа?
- Чему равна сумма последних двух незачеркнутых чисел?

ИЛИ

Мороз Иванович написал на доске несколько (более одного) попарно различных натуральных чисел, причем любые два из них отличаются не более чем в три раза.

- Может ли на доске быть 6 чисел, сумма которых равна 71?
- Может ли на доске быть 9 чисел, сумма которых равна 71?
- Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 7000?