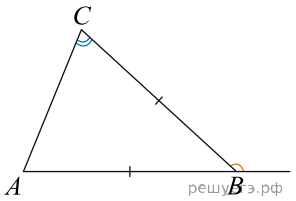
При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

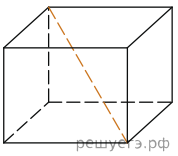
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1.
В треугольнике ABC $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 138°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.



2. Найдите длину вектора $3\vec{a}$, если $\vec{a}(-8; 6)$.

3.
Одна из граней прямоугольного параллелепипеда — квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{8}$ и образует с плоскостью этой грани угол 45°. Найдите объем параллелепипеда.



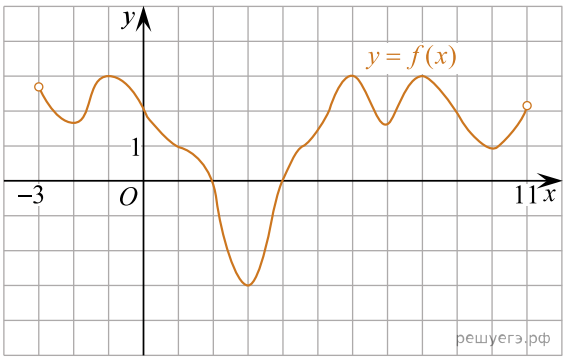
4. В праздничном наборе 100 шариков: 10 красных, 20 синих, остальные желтые и зеленые, их поровну. Какова вероятность того, что из набора достали один шарик синего или желтого цвета?

5. Садовник принес две корзинки фруктов. В одной из них 2 яблока и 6 персиков, а в другой — 8 яблок и 12 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?

6. Найдите корень уравнения $3 \cdot 9^{x-1} = \dfrac{1}{27}$.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cdot \sin\dfrac{\pi}{3} \cdot \cos 2\pi + \sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{4} \cdot \sin\dfrac{3\pi}{2}$.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (−3; 11). Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке [4; 9].

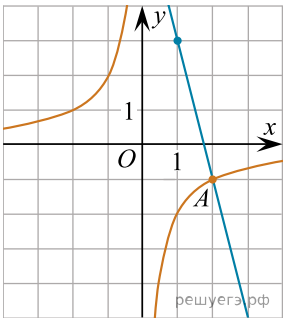


9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ульт-развуковые импульсы частотой 187 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $\upsilon = c\dfrac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмни-ком (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 4 м/с.

10. Заказ по изготовлению деталей ученик токаря может выполнить за 18 часов, а токарь — за 12 часов. Ученик начал выполнять такой заказ. Через какое время после начала выполнения заказа учеником нужно начать работу токарю, чтобы в этом заказе деталей, изготовленных учеником, было в два раза больше деталей, изготовленных токарем? Ответ дайте в часах.

11.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = \dfrac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



12. Найдите точку минимума функции $y = \dfrac{x^3}{3} - 25x + 14$.

13. а) Решите уравнение $\sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; 0\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ основание $ABCD$ является прямоугольником со сторонами 6 и 8, диагонали которого пересекаются в точке O. Плоскость, содержащая диагональ AC и параллельная прямой B_1D, пересекает ребро BB_1 в точке K. Угол между плоскостями ABC и ACK равен 45°.

а) Докажите, что угол KOB меньше 45°.

б) Найдите объем прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

15. Решите неравенство $5^{\frac{2x}{x+3}} - 5^{\frac{2x+3}{x+3}} \geqslant 5^{\frac{x}{x+3}} - 5$.

16. 18 апреля планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3,5% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— с 2-го по 17-е число каждого месяца необходимо внести платеж в счет погашения долга;

— 18-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 18-е число предыдущего месяца;

— к 18-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма платежей после полного его погашения составит 754 000 рублей?

17. Окружность проходит через вершину C прямоугольника $ABCD$ и касается его сторон AB и AD в точках K и P соответственно. К хорде KP проведен перпендикуляр CH.

а) Докажите, что треугольники CBK и CHP подобны.

б) Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $CH = 7$.

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $(a-1)\cdot 25^x + (2a-14)\cdot 15^x = (3a-15)\cdot 9^x$ имеет единственный корень.

19. На столе лежат вырезанные из бумаги квадраты и прямоугольники, размеры сторон которых — натуральные числа. Для каждого квадрата обязательно найдется прямоугольник, равный ему по площади, но шириной на 5 меньше, чем сторона квадрата. И наоборот, для каждого прямоугольника обязательно найдётся квадрат, равный ему по площади, со стороной на 5 больше, чем его ширина.

а) Может ли лежать на столе прямоугольник шириной 15?

б) Может ли лежать на столе прямоугольник длиной 36?

в) Какое наибольшее количество различных фигур может лежать на столе?