

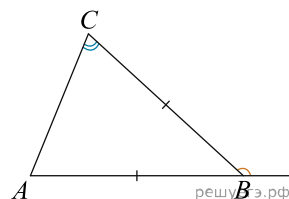
Пробный экзамен Москва, 10.12.2024. Вариант 1.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1.

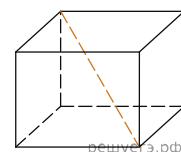
В треугольнике ABC $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 138° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



2. Найдите длину вектора $3\vec{a}$, если $\vec{a}(-8; 6)$.

3.

Одна из граней прямоугольного параллелепипеда — квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{8}$ и образует с плоскостью этой грани угол 45° . Найдите объем параллелепипеда.



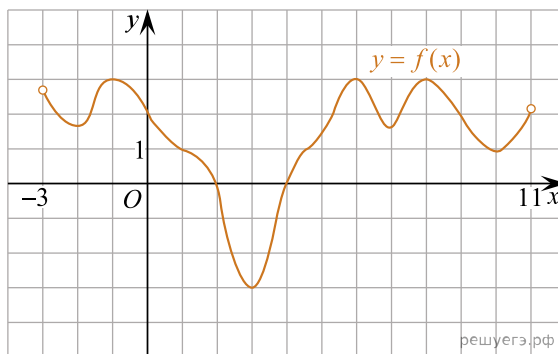
4. В праздничном наборе 100 шариков: 10 красных, 20 синих, остальные желтые и зеленые, их поровну. Какова вероятность того, что из набора достали один шарик синего или желтого цвета?

5. Садовник принес две корзинки фруктов. В одной из них 2 яблока и 6 персиков, а в другой — 8 яблок и 12 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?

6. Найдите корень уравнения $3 \cdot 9^{x-1} = \frac{1}{27}$.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos 2\pi + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{3\pi}{2}$.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 11)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[4; 9]$.

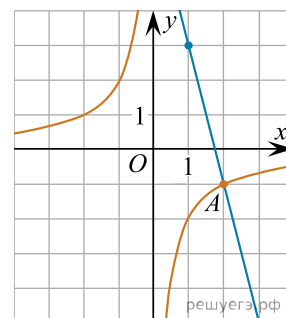


9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ульт-развуковые импульсы частотой 187 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 4 м/с.

10. Заказ по изготовлению деталей ученик токаря может выполнить за 18 часов, а токарь — за 12 часов. Ученик начал выполнять такой заказ. Через какое время после начала выполнения заказа учеником нужно начать работу токарю, чтобы в этом заказе деталей, изготовленных учеником, было в два раза больше деталей, изготовленных токарем? Ответ дайте в часах.

11.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



12. Найдите точку минимума функции $y = \frac{x^3}{3} - 25x + 14$.

13. а) Решите уравнение $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ основание $ABCD$ является прямоугольником со сторонами 6 и 8, диагонали которого пересекаются в точке O . Плоскость, содержащая диагональ AC и параллельная прямой $B_1 D$, пересекает ребро BB_1 в точке K . Угол между плоскостями ABC и ACK равен 45° .

а) Докажите, что угол KOB меньше 45° .

б) Найдите объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

15. Решите неравенство $5^{\frac{2x}{x+3}} - 5^{\frac{2x+3}{x+3}} \geq 5^{\frac{x}{x+3}} - 5$.

16. 18 апреля планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3,5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2-го по 17-е число каждого месяца необходимо внести платеж в счет погашения долга;
- 18-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 18-е число предыдущего месяца;
- к 18-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма платежей после полного его погашения составит 754 000 рублей?

17. Окружность проходит через вершину C прямоугольника $ABCD$ и касается его сторон AB и AD в точках K и P соответственно. К хорде KP проведен перпендикуляр CH .

- а) Докажите, что треугольники CBK и CHP подобны.
- б) Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $CH = 7$.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(a - 1) \cdot 25^x + (2a - 14) \cdot 15^x = (3a - 15) \cdot 9^x$ имеет единственный корень.

19. На столе лежат вырезанные из бумаги квадраты и прямоугольники, размеры сторон которых — натуральные числа. Для каждого квадрата обязательно найдется прямоугольник, равный ему по площади, но шириной на 5 меньше, чем сторона квадрата. И наоборот, для каждого прямоугольника обязательно найдётся квадрат, равный ему по площади, со стороной на 5 больше, чем его ширина.

- а) Может ли лежать на столе прямоугольник шириной 15?
- б) Может ли лежать на столе прямоугольник длиной 36?
- в) Какое наибольшее количество различных фигур может лежать на столе?